

# Písemná zkouška z Matematické analýzy 1a

## ZS 2008-09, 19. 1. 2009

---

- Na spočtení následujících 4 příkladů máte 120 minut čistého času. Jednotlivé kroky při výpočtech stručně, ale co nejpřesněji odůvodněte. Zejména napište, jaké věty při výpočtech využíváte, a ověřte, že jsou splněny jejich předpoklady (přesné znění vět psát nemusíte).
- Při řešení písemky můžete použít jakékoli poznámky a libovolnou literaturu. Nepoužívejte grafické programy ani kalkulátory, nepoužívejte jakýkoli software, který umí derivovat, ani jinak formálně manipulovat s výrazy. Jediná dovolená technika je kalkulačka, která umí pouze číselně počítat hodnoty elementárních funkcí.
- Pracujte samostatně. Jakýkoli pokus o využití výsledků práce, znalostí či schopností druhé osoby skončí ohodnocením vaší písemky (případně písemky vás obou) známkou „neprospěl/a“.
- Každý příklad začnete počítat na nový list papíru (různé příklady budou hodnotit různé opravující). Do záhlaví každého listu napište své jméno, paralelku (M1X nebo M1Y), číslo příkladu a číslo stránky (listu).
- Jména studentů, kteří písemku napsali alespoň na 35 bodů, budou zveřejněna na webové stránce předmětu. Neúspěšným studentům bude známka „neprospěl/a“ zapsána do SISu.

**Příklad 1 :** Spočtěte limitu posloupnosti

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt[3]{1 + \frac{1}{n^{17}}} - \sqrt[3]{1 + \frac{1}{n^{18}}} \right) \left( (n^5 + n)^4 - (n^4 + 2n)^5 \right).$$

(15 bodů)

**Příklad 2 :** Spočtěte limitu funkce

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{e^x - 1}{x} \cos x - 1 - \sin \frac{x}{2}}{x^2}.$$

(15 bodů)

**Příklad 3 :** Vyšetřete konvergenci řady

$$\sum_{n=5}^{\infty} \frac{\binom{n}{2} + \binom{n}{3}}{\binom{n}{4} + \binom{n}{5}},$$

kde  $\binom{n}{k}$  je kombinační číslo „ $n$  nad  $k$ “.

(15 bodů)

**Příklad 4 :** Vyšetřete průběh funkce definované předpisem

$$f(x) = \sqrt[3]{3x^2 - x^3},$$

kde „třetí odmocninou“, tj. funkcí  $\sqrt[3]{z}$ , rozumíme funkci inverzní k funkci  $z^3 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ .

(15 bodů)