

Písemná zkouška z Matematické analýzy 1b (VZOR)

LS 2008-09, 15. 5. 2009

- Na spočtení následujících 4 příkladů máte 150 minut čistého času. Jednotlivé kroky při výpočtech stručně, ale co nejpřesněji odůvodněte. Zejména napište, jaké věty při výpočtech využíváte, a ověřte, že jsou splněny jejich předpoklady (přesné znění vět psát nemusíte).
- Při řešení písemky můžete použít jakékoli poznámky a libovolnou literaturu. Nepoužívejte grafické programy ani kalkulátory, nepoužívejte jakýkoli software, který umí derivovat, integrovat, ani jinak formálně manipulovat s výrazy. Jediná dovolená technika je kalkulačka, která umí pouze číselně počítat hodnoty elementárních funkcí.
- Pracujte samostatně. Jakýkoli pokus o využití výsledků práce, znalostí či schopností druhé osoby skončí ohodnocením vaší písemky (případně písemky vás obou) známkou „neprospěl/a“.
- Každý příklad začněte počítat na nový list papíru (různé příklady budou hodnotit různí opravující). Do záhlaví každého listu napište své jméno, paralelku (M1X nebo M1Y), číslo příkladu a číslo stránky (listu).
- Jména studentů, kteří písemku napsali alespoň na 35 bodů, budou zveřejněna na webové stránce předmětu. Neúspěšným studentům bude známka „neprospěl/a“ zapsána do SISu.

Příklad 1 : Nalezněte Taylorův polynom funkce

$$f(x) = e^x \sin(2x) - 2 \log(1 + \sin x) - 3x^2$$

řádu 4 v bodě $x = 0$, a spočtěte

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x \cos(\sin x) - \sin x}.$$

Zde log je přitožený logaritmus (logaritmus o základu e). (15 bodů)

Příklad 2 : Vyšetřete konvergenci řady

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{10}}{2^n + 1} \sin(n\sqrt{\pi}).$$

(15 bodů)

Příklad 3 : Nalezněte primitivní funkci:

$$\int \frac{\sqrt{x^2 + x + 1} - x}{\sqrt{x^2 + x + 1} + x} dx.$$

(15 bodů)

Příklad 4 : Určete, pro která $a \in \mathbf{R}$, $a > 0$ konverguje následující Newtonův integrál:

$$\int_0^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} x^2}{x^a} \sin(2x) dx.$$

(15 bodů)