Početní část zkoušky $\boxed{30.3.2007}$

Příjmení a jméno:

Skupina (cvičící):

Získané body:

1.	2.	3.	Σ

Jednotlivé kroky při výpočtech stručně, ale co nejpřesněji odůvodněte. Pokud používáte nějaké tvrzení, nezapomeňte je uvést a ověřit splnění všech jeho předpokladů.

---

1. [9b] V prostoru $\mathcal{S}'(\mathbb{R})$ nalezněte řešení rovnice

$$-y''' + k^2 y' = \delta\,, \quad k > 0\,,$$

   které splňuje $y(-x) = -y(x)$ pro $x \neq 0$.

---

2. [10b]

   (a) Najděte řešení rovnice vedení tepla na polopřímce

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0\,, \quad x > 0\,, \quad t > 0\,,$$

   které splňuje $u(0,t) = 0$ pro $t > 0$, $u(x,0) = U_0 > 0$ pro $x > 0$.

   (b) Odvoďte tvar Greenovy funkce pro rovnici vedení tepla.

   (c) Zdůvodněte, jak jste zacházeli s počáteční podmínkou $u(x,0) = U_0 > 0$ pro $x < 0$ v bodu (a) výše, a proč.

---

3. [11b] Uvažujte omezené řešení u rovnice $\Delta u = 0$ v oblasti $\Omega \subset \mathbb{R}^2$, splňující podmínku $u = g$ na hranici Ω, kde

$$\Omega := \{[x,y]\,;\ x > 0\,,\, y > 0\,,\, x^2 + y^2 > a^2\,\}\,, \quad \text{pro } a > 0\,,$$

   a funkce g je definovaná takto:

$$g = \begin{cases} 1 & \text{na } x^2 + y^2 = a^2\,,\ x > 0\,, y > 0\,, \\ 0 & \text{na zbytku hranice.} \end{cases}$$

   Nalezněte hodnoty tohoto řešení na množině $\{[x,y] \in \Omega\,,\ x = y\}$.

Teoretická část zkoušky

30.3.2007

Příjmení a jméno:

Skupina (cvičící):

Získané body:

1.	2.	Σ

1. **[7b]**

   (a) Definujte plošnou distribuci ν_r.

   (b) Formulujte větu o Fourierově transformaci této plošné distribuce v prostorech dimenze 2 a 3.

   (c) Dokažte tuto větu v prostoru dimenze 3.

2. **[13b]**

   (a) Zformulujte větu o vedení tepla na tyči.

   (b) Dokažte tuto větu včetně toho, že zformulujete a dokážete Lemma, které je k tomu potřeba.

   (c) Ilustrujte použití této věty pro vedení tepla na tyči, s počáteční podmínkou $g = \sum_{n\in\mathbb{Z}} \frac{e^{2\pi inx}}{n}$.