POČETNÍ ČÁST ZKOUŠKY 5.2.2007

PŘÍJMENÍ A JMÉNO:

SKUPINA (CVIČÍCÍ):

ZÍSKANÉ BODY:

1.	2.	3.	Σ

Jednotlivé kroky při výpočtech stručně, ale co nejpřesněji odůvodněte. Pokud používáte nějaké tvrzení, nezapomeňte je uvést a ověřit splnění všech jeho předpokladů.

---

1. [8b] Najděte **inverzní** Laplaceovu transformaci $\mathcal{L}^{-1}F$ funkce

$$F(p) = \frac{p^3}{p^4 + a^4} + \frac{p^2}{p^2 + a^2}\,, \quad a > 0\,.$$

---

2. [10b] V prostoru $\mathcal{S}'(\mathbb{R})$ řešte rovnici

$$-y^{(4)} + k^2 y'' = \delta\,, \quad k > 0\,,$$

s podmínkami $y(-x) = y(x)$ pro $x \neq 0$, $y(0) = 0$.

---

3. [12b] Nalezněte omezené řešení u rovnice $\Delta u = 0$ v oblasti $\Omega \subset \mathbb{R}^2$, splňující podmínku $u = g$ na hranici Ω, kde Ω je doplněk uzavřeného kruhu o středu v počátku a poloměru $a > 0$, a funkce g je definovaná takto:

$$g = \begin{cases} 1 & \text{na polokružnici } x^2 + y^2 = a^2\,,\ y > 0\,, \\ -1 & \text{na polokružnici } x^2 + y^2 = a^2\,,\ y < 0\,. \end{cases}$$

(Návod: zkuste lineární lomené zobrazení.)

TEORETICKÁ ČÁST ZKOUŠKY $\boxed{5.2.2007}$

PŘÍJMENÍ A JMÉNO:

SKUPINA (CVIČÍCÍ):

ZÍSKANÉ BODY:

1.	2.	Σ

1. **[8b]**

   (a) Napište, jaký tvar má Greenova funkce $G(x, t)$ pro rovnici vedení tepla v $\mathbb{R}^m$.

   (b) Formulujte větu o jejích vlastnostech (formulujte alespoň tři tyto vlastnosti).

   (c) Dokažte alespoň dvě z těchto vlastností, přičemž jedna z nich ať je tato:

$$\int_{\mathbb{R}^m} G(x - y, t)\, dy = 1 \qquad \forall x \in \mathbb{R}^m\,,\ \ \forall t > 0\,.$$

2. **[12b]**

   (a) Definujte pojem komplexního zobrazení zachovávajícího úhly, definujte pojem konformního zobrazení.

   (b) Formulujte bez důkazu větu o tom, jak souvisí komplexní derivace s pojmem konformnosti.

   (c) Formulujte větu o transformaci Laplaceova operátoru pomocí konformního zobrazení.

   (d) Dokažte tuto větu.