Početní část zkoušky $\boxed{29.1.2007}$

Příjmení a jméno:

Skupina (cvičící):

Získané body:

1.	2.	3.	Σ

Jednotlivé kroky při výpočtech stručně, ale co nejpřesněji odůvodněte. Pokud používáte nějaké tvrzení, nezapomeňte je uvést a ověřit splnění všech jeho předpokladů.

---

1. [7b] Spočtěte distribuci

$$T = |x|^2 \, \Delta\delta \, ,$$

kde $x \in \mathbb{R}^m$. (Pod termínem „spočtěte distribuci" se rozumí „nalezněte její co nejjednodušší vyjádření".)

---

2. [10b]

   (a) Řešte rovnici vedení tepla

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \Delta u = \delta(x) \otimes Y(t) \, , \qquad x \in \mathbb{R}^3 \, , \ t > 0 \, ,$$

   s počáteční podmínkou $u(x,0) = 0$. Zde $Y(t)$ je Heavisideova funkce.

   (b) Spočtěte limitu takto obdrženého řešení

$$\lim_{t \to \infty} u(x,t)$$

   pro $x \neq 0$.

---

3. [13b] Pro $k > 0$ nalezněte v prostoru $\mathcal{S}'(\mathbb{R}^3)$ řešení rovnice

$$\Delta^2 u - k^2 \Delta u + k^4 u = \delta \, .$$

Dvojitý Laplaceův operátor je definován takto: $\Delta^2 u := \Delta(\Delta u)$.

Teoretická část zkoušky | 29.1.2007

Příjmení a jméno:

Skupina (cvičící):

Získané body:

1.	2.	Σ

---

1. **[7b]**

   (a) Definujte plošnou distribuci ν_r.

   (b) Formulujte větu o Fourierově transformaci této plošné distribuce v prostorech dimenze 2 a 3.

   (c) Dokažte tuto větu v prostoru dimenze 3.

---

2. **[13b]**

   (a) Zformulujte větu o vedení tepla na tyči.

   (b) Dokažte tuto větu včetně toho, že zformulujete a dokážete Lemma, které je k tomu potřeba.

   (c) Ilustrujte použití této věty pro vedení tepla na tyči, s počáteční podmínkou $g = \sum_{n\in\mathbb{Z}} \frac{e^{2\pi inx}}{n}$.
