# Komentář k řešení početní části zkouškové písemky z 12.1.2007

MA pro F, 5. semestr

---

1. [11b] V prostoru $\mathcal{S}'(\mathbb{R}^3)$ řešte rovnici

$$(-\Delta + 2i\alpha\nabla + k^2)\, u = \delta\,, \quad \alpha \in \mathbb{R}^3\,, \quad k > |\alpha|\,.$$

(Návod: nejprve zaveďte novou funkci předpisem $u(x) = v(x)\, e^{i\alpha\cdot x}$.)

---

**Komentář k řešení:** Jde o příklad 26 na straně 90 skript „Příklady z matematiky pro fyziky V.“ Hodně z vás mělo problémy se složeným derivováním po navrženém zavedení nové funkce $v$. Tato substituce odstranila gradient, zbyl pouze Laplaceův operátor a absolutní člen. Pokračovalo se Fourierovou transformací, při jejím invertování se použil vzorec pro F.T. radiálně symetrické funkce ve třech dimenzích (na to spousta z vás také zapomněla) a ten sepočítal pomocí reziduové věty.

---

2. [10b]

1. Najděte řešení rovnice vedení tepla na polopřímce

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0\,, \quad x > 0\,, \quad t > 0\,,$$

   které splňuje $u(0,t) = 0$ pro $t > 0$, $u(x,0) = U_0 > 0$ pro $x > 0$.

2. Odvoďte tvar Greenovy funkce pro rovnici vedení tepla.

3. Zdůvodněte, jak jste zacházeli s počáteční podmínkou $u(x,0) = U_0 > 0$ pro $x < 0$ v bodu (a) výše, a proč.

---

**Komentář k řešení:** Jde o příklad 8 na straně 261 skript „Příklady z matematiky pro fyziky V.“ Dosazení do vzorečku jste uměli, jeho odvození vesměs také. V tom odůvodnění jsem si představoval, že skutečně ukážete, že když se do jakéhosi integrálu dosadí lichá počáteční podmínka, že řešení má na ose $y$ pro kladná $x$ hodnotu nula.

---

3. [9b] V prostoru $\mathcal{S}'(\mathbb{R})$ řešte rovnici

$$y^{(4)} - 2k^2 y'' + k^4 y = \delta\,, \quad k > 0\,.$$

---

**Komentář k řešení:** Jde o příklad 8 na straně 89 skript „Příklady z matematiky pro fyziky V.“ Víceméně standardní výpočet pomocí lepení dvou klasických řešení v nule tak, aby byl skok v $(n-1)$. derivaci.