

# Zkoušková písemka č. 7, 28.6.2004

MA pro F, MAF041, 2. semestr

1. Řešte metodou integračního faktoru rovnici

$$(2x^3y^2 - y) dx + (2x^2y^3 - x) dy = 0.$$

Integrační faktor závisí buď na  $x + y$  nebo na  $x - y$  nebo na  $xy$ .

2. Najděte všechny lokální extrémů funkce

$$f(x, y) = (4x^2 + y^2) e^{-(2x+y)}$$

na jejím definičním oboru.

3. Najděte globální extrémů funkce

$$f(x, y, z) = x + y^2 + z$$

na množině

$$M = \{[x, y, z] \in \mathbb{R}^3; x^2 + y^2 \leq 2(1 - z), x^2 + y^2 \leq 2(z + 1)\}.$$

4. Zformulujte a dokažte Banachovu větu o pevném bodu.

5. Definujte tyto pojmy: otevřenost, uzavřenost, kompaktnost (v metrickém prostoru), úplnost, separabilita. Sepište (bez důkazů) souvislosti mezi uzavřeností, kompaktností, úplností.