

Zkoušková písemka č. 6, 21.6.2004

MA pro F, MAF041, 2. semestr

1. V rovnici

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - y \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \frac{1}{2} \frac{\partial z}{\partial y}, \quad \text{kde } z = z(x, y),$$

provedte záměnu proměnných $u = x - 2\sqrt{y}$, $v = x + 2\sqrt{y}$, a tím ji vyřešte. Proveďte zkoušku dosazením do původní rovnice.

2. Najděte všechny lokální extrémů funkce

$$f(x, y) = x^2 - xy + y^2 + \frac{1}{x^2 + xy + y^2}$$

na jejím definičním oboru.

3. Najděte globální extrémů funkce

$$f(x, y) = x^2 - 4y^2 + 4xy$$

na množině

$$M = \{[x, y] \in \mathbb{R}^2; \frac{1}{4}x^2 + y^2 \leq 1\}.$$

4. Zformulujte a dokažte větu o Taylorově rozvoji ve více dimenzích.

5. Jaké vlastnosti má množina $f(K)$, je-li $f \in C(K)$, K kompaktní? Ukažte, co z toho plyne pro funkci $f \in C(K)$.