

UKÁZKA PŘÍKLADŮ K PÍSEMNÉ ZKOUŠCE Z TEORIE MÍRY A INTEGRÁLU

Čas: 90 minut, maximum za příklad 10 bodů, požadováno minimumálně 15 bodů.

- (1) Najděte definiční obor a vyšetřete spojitost funkce

$$F(a) = \int_0^{\infty} \frac{1 - e^{-ax}}{x^{3/2}} dx.$$

- (2) Spočtěte

$$\int_0^1 \frac{x^2 \log \frac{1}{x}}{1 - x^2} dx,$$

víte-li, že $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} = \frac{\pi^2}{6}$.

- (3) Spočtěte Lebesgueovu míru množiny

$$T = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 2x^2 - y^2 + z^2 \leq 2z, |y| \leq 1\}.$$

Všechny výpočty řádně zdůvodněte a ověřte předpoklady vět, které používáte.