

Ukázka zkuškové písemky

1. Spočtete

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n(\operatorname{arctg} 2n - \operatorname{arctg} n).$$

10 bodů

2. Vyšetřete konvergenci řady

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{(5n)^n}.$$

10 bodů

3. Najděte derivaci (případně jednostrannou) ve všech bodech, kde existuje:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(\sin x^2)}{x}, & x \neq 0, \\ 0, & x = 0. \end{cases}$$

10 bodů

4. Vyšetřete průběh následující funkce (tzn. definiční obor, obor hodnot, extrémy, asymptoty, inflexní body, vyšetřete monotonii a konvexitu, chování v krajních bodech definičního oboru, nakreslete graf)

$$f(x) = (1 + x^2)e^{-|1-x|}.$$

20 bodů

Na vypracování máte 90 minut.

Podrobně zdůvodněte všechny výpočty.

Při práci je povoleno používat pouze psací potřeby a jeden list papíru formátu A4 se vzorečky.

Ukázka otázek k ústní části zkoušky

1. Definujte supremum a infimum neprázdné množiny v uspořádaném tělese. 10 bodů
2. Vyslovte větu o souvislosti monotonie a derivace funkce na intervalu. 10 bodů
3. Vyslovte a dokažte Heineho větu (o souvislosti limity funkce a limity posloupnosti). 20 bodů
4. Bud' (a_n) posloupnost reálných čísel. Rozhodněte, jaké jsou vztahy (implikace) mezi výroky: (A) $\sum_n a_n$ konverguje, (B) $\sum_n |a_n|$ konverguje, (C) $\sum_n a_n^2$ konverguje. 10 bodů

Pro úspěšné splnění je třeba získat alespoň 25 bodů z písemné i ústní části zkoušky. Výsledná známka odpovídá součtů bodů z obou částí: 50–65 bodů: **3**, 65–80 bodů: **2**, 81–100 bodů: **1**.

Získáte-li z jedné části alespoň 30 bodů a z druhé nesplníte limit, stačí v dalším pokusu opakovat pouze druhou část.