

1. POČETNÍ ČÁST

- (1) Křivka v prostoru je dána rovnicemi

$$x^2 + y^2 = 1, \quad z = \cos(z^2).$$

- (a) Parametrizujte křivku.
(b) Spočtete křivost křivky v obecném bodě.
(c) Napište rovnici oskulační roviny procházející bodem $(-1, 0, \sqrt{\pi})$.
[15 bodů]

- (2) Uvažujte plochu *tečen* prostorové šroubovice

$$c(t) = (3 \cos t, 3 \sin t, 4t), \quad t \in \mathbb{R}.$$

- (a) Parametrizujte plochu.
(b) Spočtete její první a druhou fundamentální formu a normálu.
(c) Spočtete Gaussovu a střední křivost.
(d) Je křivka $d(t) = c(t) + rt(t)$ ($r > 0$ konstanta, $\mathbf{t}(t)$ vektor tečny křivky c) hlavní křivkou na ploše?
[15 bodů]

2. TEORETICKÁ ČÁST

- (1) Definujte hlavní křivosti a hlavní směry na ploše. [povinné]
(2) Definujte tečný prostor plochy a ukažte, že to je dvourozměrný lineární podprostor. [10 bodů]
(3) Vyslovte a dokažte jednu z následujících dvou vět:
(a) Izoperimetrická nerovnost pro Jordanovu křivku v rovině. [20 bodů]
(b) Jak se mění normála a druhá fundamentální forma plochy při aplikaci zobrazení shodnosti. [12 bodů]