

VZOR OTÁZEK K PÍSEMNÉ ZKOUŠCE Z GEOMETRIE

ZÁKLADNÍ POJMY

- (1) Definujte křivost křivky v \mathbb{R}^3 .
- (2) Definujte tečný prostor plochy v bodě.

(10 min.)

POČETNÍ ČÁST

- (1) Křivka v prostoru je dána rovnicemi

$$x^2 + y^2 = 1, \quad x = \cos(z^2).$$

- (a) Parametrizujte křivku.
- (b) Spočtěte křivost v obecném bodě křivky.
- (c) Napište rovnici oskulační roviny procházející bodem $(-1, 0, \sqrt{\pi})$.

[15 bodů]

- (2) Uvažujte **plochu tečen** prostorové šroubovice

$$c(t) = (3 \cos t, 3 \sin t, 4t), \quad t \in \mathbb{R}.$$

- (a) Parametrizujte plochu.
- (b) Spočtěte její první a druhou fundamentální formu a normálu.
- (c) Spočtěte Gaussovu a střední křivost.
- (d) Je křivka $d(t) = c(t) + r\mathbf{t}(t)$ ($r > 0$ konstanta, $\mathbf{t}(t)$ vektor tečny křivky c) hlavní křivkou na ploše?

[15 bodů]

(60 min.)

15 minut přestávka

TEORETICKÁ ČÁST

- (1) Napište a odvoďte vztah mezi křivostí křivky na ploše a normálovou křivostí plochy ve směru tečny křivky. [10 bodů]
- (2) Vyslovte a dokažte jednu z následujících dvou vět:
 - (a) Křivka v \mathbb{R}^3 je určena křivostí a torzí až na shodnost. [20 bodů]
 - (b) Tečný prostor k ploše je dvourozměrný lineární prostor. [12 bodů]

(45 min.)