# Řešení ukázkové písemky

(1) $x^2+y^2=1, \quad x=\cos(z^2)$

(a) $$\boxed{c(t)=(\cos t^2, \sin t^2, t), \quad t\in\mathbb{R}}$$

$$c'(t)=(-2t\sin t^2, 2t\cos t^2, 1)$$

$$c''(t)=(-2\sin t^2-4t^2\cos t^2, 2\cos t^2-4t^2\sin t^2, 0)$$

$$c'(t)\times c''(t)=(-2\cos t^2+4t^2\sin t^2, -2\sin t^2-4t^2\cos t^2, 8t^3)$$

$$\|c'(t)\times c''(t)\|=2\sqrt{1+4t^4+16t^6}$$

$$\|c'(t)\|=\sqrt{1+4t^2}$$

(b) $$\boxed{\kappa(t)}=\frac{\|c'(t)\times c''(t)\|}{(1+4t^2)^{3/2}}=\boxed{2\,\frac{\sqrt{1+4t^4+16t^6}}{(1+4t^2)^{3/2}}}$$

$t=\sqrt{\pi}$: $$c'(\sqrt{\pi})=(0, -2\sqrt{\pi}, 1)$$

$$c''(\sqrt{\pi})=(4\pi, -2, 0)$$

$$c'(\sqrt{\pi})\times c''(\sqrt{\pi})=(2, 4\pi, 8\pi^{3/2})$$ – normála k oskul. rovině

$$2x+4\pi y+8\pi^{3/2}z+d=0 \quad ; \quad c(\sqrt{\pi})=(-1, 0, \sqrt{\pi})$$

$$-2 \qquad +8\pi^{3/2}\sqrt{\pi}+d=0 \rightsquigarrow d=2-8\pi^2$$

(c) $$\boxed{2x+4\pi y+8\pi^{3/2}z+2-8\pi^2=0}$$

(2) $c(t) = (3\cos t,\ 3\sin t,\ 4t),\ t \in \mathbb{R}$

$c'(t) = (-3\sin t,\ 3\cos t,\ 4)$, $\mathbf{t}(t) = \dfrac{c'(t)}{\|c'(t)\|}$

(A) explicitní parametrizace

$f(u,v) = c(u) + v\,c'(u) = (\dots, \dots, \dots)$, výpočet.

(B) obecný výpočet: $\boxed{f(u,v) = c(u) + v\,\mathbf{t}(u)}$

$f_u = \mathbf{t} + v\,\mathbf{t}' = \mathbf{t} + v\kappa\,\mathbf{n}$ (Frenetovy vzorce)

$f_v = \mathbf{t}$

$$\boxed{g = \begin{pmatrix} 1+v^2\kappa^2, & 1 \\ 1, & 1 \end{pmatrix}}$$

$\det g = v^2\kappa^2 \neq 0 \iff \underline{v \neq 0}$ !

$f_u \times f_v = -v\kappa\,\mathbf{b}$, $\boxed{N = (-\operatorname{sgn} v)\,\mathbf{b}}$ (binormálový vektor křivky)

$f_{u^2} = \mathbf{t}' + v\kappa'\mathbf{n} + v\kappa\mathbf{n}' = -v\kappa^2\mathbf{t} + (\kappa + v\kappa')\mathbf{n} + v\kappa\tau\mathbf{b}$

$f_{uv} = \kappa\,\mathbf{n}$, $f_{v^2} = 0$

$$\boxed{h = (-\operatorname{sgn} v)\begin{pmatrix} v\kappa\tau, & 0 \\ 0, & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -|v|\kappa\tau, & 0 \\ 0, & 0 \end{pmatrix}}$$

$\boxed{K(u,v) = 0}$, $\boxed{H(u,v) = \dfrac{-|v|\kappa\tau}{2v^2\kappa^2} = -\dfrac{\tau}{|v|\kappa}}$

$\kappa = \kappa(u) = \dfrac{3}{3^2+4^2} = \dfrac{3}{25}$, $\tau = \tau(u) = \dfrac{4}{3^2+4^2} = \dfrac{4}{25}$

Přímky $v \mapsto f(u,v)$ jsou na <u>rozvinutelné</u> ploše vždy hlavními přímkami (0 je hlavní křivost), proto aby $d$ byla hlavní, musela by ji protínat pod pravým úhlem. Ale $d'(t)\cdot f_v(d(t)) = \mathbf{t}(t)\cdot\mathbf{t}(t) = 1 \neq 0$, tedy $\boxed{d(t)\ \underline{\text{není}}\ \text{hlavní kř.}}$