

KŘIVKY

Pro následující rovinné či prostorové křivky zadané explicitně nebo implicitně najděte parametrizaci (pokud není zadána), vyjádřete regularitu zvolené parametrizace a spočítejte: Frenetův repér (alespoň v jednom vybraném bodě), křivost, torzi, najděte oskulační kružnici (u rovinných křivek) nebo oskulační rovinu (u prostorových křivek).

(x, y, z) jsou souřadnice bodu, t je proměnný parametr a a, b značí konstantní parametry jejichž obor můžete v případě potřeby specifikovat (např. ' $a > b > 0$ ').

- (1) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$
- (2) $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$
- (3) $(x^2 + y^2 - 2ax)^2 = 4a^2(x^2 + y^2)$
- (4) $y = ax^3$
- (5) $x^3 + y^3 = 1$
- (6) $c(t) = ae^{bt}(\cos t, \sin t)$
- (7) $c(t) = at^2(\cos t, \sin t)$
- (8) $c(t) = (t - \sin t, 1 - \cos t)$
- (9) $(x^2 + y^2)^2 = 2a^2(x^2 - y^2)$
- (10) $c(t) = ((1 + \cos t) \cos t, (1 + \cos t) \sin t)$
- (11) $x = \sin 2y$
- (12) $y = -\operatorname{tg} x$
- (13) $y = \ln x$
- (14) $y = \sqrt{x^2 - 1}$
- (15) $c(t) = (t \cos t, t \sin t, t)$
- (16) $c(t) = (t, t^2, t^3)$
- (17) $c(t) = (a \cos t, a \sin t, bt)$
- (18) $c(t) = (t, t, 1 + t^2)$
- (19) $c(t) = (t, e^t, t^2)$
- (20) $c(t) = (t^2, t, 3t)$
- (21) $c(t) = (\sin t, \cos t, t^2)$
- (22) $c(t) = (\sin t, \cos t, e^t)$
- (23) $c(t) = (\cos t, \ln t, \sin t)$
- (24) $c(t) = (\cos t, 2 \sin t, t)$
- (25) $c(t) = (a(3t - t^3), 3at^2, a(3t + t^3))$
- (26) $x^2 + y^2 + z^2 = 4, x^2 + y^2 = 2x$
- (27) $x^2 + y^2 = 2x, z = x$
- (28) $2x^2 + 2y^2 = z^2, z = 2x - 1$
- (29) $c(t) = (\cos t + a \cos bt \cos t, \sin t + a \cos bt \sin t, a \sin bt)$
- (30) $z = x^2 + y^2, z = x + 1$
- (31) $c(t) = (\cosh t \cos t, \cosh t \sin t, t)$

PLOCHY

Pro následující plochy v \mathbb{R}^3 zvolte parametrizaci (není-li dána), spočtěte matice první a druhé fundamentální formy, najděte normálový vektor, hlavní křivosti, hlavní směry, Gaussovu a střední křivost a rovnice pro asymptotické nebo geodetické křivky.

- (1) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1$
- (2) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1$
- (3) $(\sqrt{x^2 + y^2} - a)^2 + z^2 = b^2 \quad (a > b > 0)$
- (4) $x^2 + y^2 - z^2 = 1$
- (5) $x^2 - y^2 - z^2 = 1$
- (6) $y = x^2 + z^2$
- (7) $x = y^2 - z^2$
- (8) $y^2 = x^2 + z^2$
- (9) $f(u, v) = (h(u) \cos v, h(u) \sin v, k(u)), \quad h(u) = u, k(u) = \sqrt{u}$
- (10) $f(u, v) = (h(u) \cos v, h(u) \sin v, k(u)), \quad h(u) = u, k(u) = \cosh u$
- (11) $f(u, v) = (h(u) \cos v, h(u) \sin v, k(u)), \quad h(u) = e^{-u}, k(u) = \int_0^u \sqrt{1 - e^{-2t}} dt$
- (12) $f(u, v) = (h(u) \cos v, h(u) \sin v, k(u)), \quad h(u) = e^u, k(u) = u$
- (13) $z = xy$
- (14) $z = x/y$
- (15) $z = x^2 y$
- (16) $f(u, v) = (v \cos u, v \sin u, bu)$
- (17) $f(u, v) = (v \cos u, v \sin u, e^u)$
- (18) $f(u, v) = c(u) + vc'(u), \quad c(u) = (u, u^2, u^3)$
- (19) $f(u, v) = c(u) + vc'(u), \quad c(u) = (\cos u, \sin u, u)$
- (20) $f(u, v) = c(u) + vc'(u), \quad c(u) = (u, u^2, e^u)$
- (21) $f(u, v) = vc(u), \quad c(u) = (u, u^2, 1)$
- (22) $f(u, v) = c(u) + vB(u), \quad c(u) = (u, u^2, u^3), \quad B = c' \times c'' / \|c' \times c''\|$
- (23) $f(u, v) = c(u) + vB(u), \quad c(u) = (\cos u, \sin u, u), \quad B = c' \times c'' / \|c' \times c''\|$
- (24) $f(u, v) = c(u) + vc''(u), \quad c(u) = (\cos u, \sin u, u)$