Jednotlivé kroky při výpočtech stručně, ale přesně odůvodněte. Pokud používáte nějaké tvrzení, nezapomeňte ověřit splnění předpokladů.

1. Načrtněte následující vektorová pole

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ y \end{bmatrix}, \tag{1a}$$

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} -\frac{y}{x^2+y^2} \\ \frac{x}{x^2+y^2} \\ 0 \end{bmatrix}, \tag{1b}$$

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} -y \\ x \\ 0 \end{bmatrix} \tag{1c}$$

   a spočtěte $\operatorname{rot} \mathbf{v}$. Zamyslete se nad platností tvrzení „je-li $\operatorname{rot} \mathbf{v} \neq 0$ tak se tekutina točí“.

2. Uvažujme $\mathbb{R}^2$. Najděte matici zobrazení $\mathbb{P}$, kde $\mathbb{P} : \mathbb{R}^2 \mapsto \mathbb{R}^2$ je šikmá projekce podél vektoru $\mathbf{v}$ na vektor $\mathbf{u}$, ověřte, že matice $\mathbb{P}$ má skutečně vlastnosti projekce a najděte normu $|\mathbb{P}|$.

3. Spočtěte přímo obě strany Stokes věty

$$\int_S \operatorname{rot} \mathbf{v} \bullet \mathbf{n} \, \mathrm{dS} = \int_{\partial S} \mathbf{v} \bullet \mathrm{d}\mathbf{l},$$

   kde S je plocha daná jako průnik krychle $[0, a]^3 \subset \mathbb{R}^3$ s rovinou $x + y + z = \frac{3}{2}a$. Vektorové pole $\mathbf{v}$ je dáno předpisem

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} y^2 - z^2 \\ z^2 - x^2 \\ x^2 - y^2 \end{bmatrix}.$$