

Příklady na 5. týden

Spojitosť funkcí

1. Dodefinujte funkci v bodě 0 tak, aby byla spojitá:

$$f(x) = \frac{1 - \cos x}{x^2}$$

2. Zjistěte, kde jsou nespojitě funkce

a) $f(x) = e^{-\frac{1}{x}}$

b) $f(x) = \operatorname{sgn} \cos \frac{1}{x}$.

3. Vyšetřete spojitost složených funkcí $f(g(x))$ a $g(f(x))$, je-li

$$f(x) = \operatorname{sgn} x \quad g(x) = x(1 - x^2).$$

4. Zjistěte, zda jsou spojitě funkce

a) $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{|x|} & x \neq 0 \\ 1 & x = 0 \end{cases}$

b) $f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$

5. Dokažte, že jsou-li $f(x)$ a $g(x)$ spojitě v x_0 , pak jsou spojitě v x_0 i funkce a) $\min\{f(x), g(x)\}$ b) $\max\{f(x), g(x)\}$.
6. Uveďte příklad funkce nespojitě v každém $x \in \mathbb{R}$, jejíž druhá mocnina je spojitá na \mathbb{R} .