

## Křivkový integrál

Spočtěte následující křivkové integrály

1.  $\int_C x^2 ds$ , kde  $C$  je oblouk  $AB$  křivky  $y = \ln x$ ,  $A = (2, \ln 2)$ ,  $B = (1, 0)$ .
2.  $\int_C (x^{\frac{4}{3}} + y^{\frac{4}{3}}) ds$ , kde  $C$  je asteroida  $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$ .
3.  $\int_C |y| ds$ , kde  $C$  je lemniskáta  $(x^2 + y^2)^2 = a^2(x^2 - y^2)$ .
4.  $\int_C (x^2 + y^2) dx + (x^2 - y^2) dy$ , kde  $C$  je obvod trojúhelníka  $ABC$ ,  $A = (0, 0)$ ,  $B = (1, 0)$ ,  $C = (0, 1)$ , přičemž  $(A, B, C)$  je trojice uspořádaná ve smyslu orientace křivky.
5.  $\int_C \frac{(x+y)dx - (x-y)dy}{x^2 + y^2}$ , kde  $C$  je kružnice  $x^2 + y^2 = a^2$ , přičemž trojice bodů  $A = (a, 0)$ ,  $B = (0, a)$ ,  $C = (-a, 0)$  je uspořádaná ve smyslu orientace křivky.
6.  $\int_C y dx + z dy + x dz$ , kde  $C$  je průsečnice ploch  $z = xy$ ,  $x^2 + y^2 = 1$  a trojice bodů  $A = (1, 0, 0)$ ,  $B = (0, 1, 0)$ ,  $C = (-1, 0, 0)$  je uspořádaná ve smyslu orientace křivky.
7. Ukažte, že  $\int_C f(x^2 + y^2 + z^2)(x dx + y dy + z dz)$ , kde  $f$  je spojitá funkce, je roven nule přes libovolnou uzavřenou křivku  $C$ .

Spočtěte následující křivkové integrály

8.  $\int_A^B (x^4 + 4xy^3) dx + (6x^2y^2 - 5y^4) dy$ , kde  $A = (-2, -1)$ ,  $B = (3, 0)$ .
9.  $\int_A^B (2xy^2 + 3x^2 + \frac{1}{x^2} + \frac{2x}{y^2}) dx + (2x^2y + 3y^2 + \frac{1}{y^2} - \frac{2x^2}{y^3}) dy$ , kde  $A = (2, 1)$ ,  $B = (1, 2)$  a křivka se nachází uvnitř prvního kvadrantu.
10.  $\int_A^B \frac{x dx + y dy + z dz}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$ , kde  $A = (0, 0, a)$ ,  $B = (0, b, 0)$  a křivka prochází mimo počátek.

11. Vypočtete hmotnost hmotného oblouku  $x = a \cos t$ ,  $y = a \sin t$ ,  $z = bt$ ,  $t \in (0, 2\pi)$ , je-li jeho lineární hustota  $\mu(x, y, z) = k(x^2 + y^2 + z^2)$ .
12. Najděte těžiště homogenního oblouku kružnice o poloměru  $a$ ,  $0 \leq \varphi \leq 2\alpha$ .
13. Spočtete gravitační sílu, kterou působí homogenní půlkružnice o poloměru  $R$  a hmotnosti  $M$  na hmotný bod o hmotnosti  $m$  ve svém středu.