

1. Ukažte, že pro funkci definovanou předpisem

$$J_n(z) = \left(\frac{z}{2}\right)^n \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{\left(-\frac{z^2}{4}\right)^k}{k!(n+k)!},$$

platí rekurentní vztahy

$$\begin{aligned} J_{n-1}(z) + J_{n+1}(z) &= \frac{2n}{z} J_n(z), \\ J_{n-1}(z) - J_{n+1}(z) &= 2 \frac{d}{dz} J_n(z), \\ J_{n-1}(z) - \frac{n}{z} J_n(z) &= \frac{d}{dz} J_n(z), \\ -J_{n+1}(z) + \frac{n}{z} J_n(z) &= \frac{d}{dz} J_n(z). \end{aligned}$$

Navíc ukažte, že platí následující rovnost ($t \neq 0$)

$$e^{\frac{1}{2}z(t-\frac{1}{t})} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} t^k J_k(z).$$

2. Řešte v \mathbb{C} rovnici

$$\sinh z - \cosh z = 2i.$$

NEPOVINNÉ