

Funkce komplexní proměnné VII

Reziduová věta III

Použitím reziduové věty a pravidel pro počítání s rezidui spočtete následující integrály: (ve smyslu Lebesgueově, Newtonově nebo ve smyslu hlavní hodnoty)

1. $\int_0^{\infty} \frac{\sin^2 x dx}{x^2}$
2. $\int_0^{\infty} \frac{\sin^3 x dx}{x^3}$
3. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{ax} dx}{(e^x + 1)(e^x + 2)}, 0 < a < 2$
4. $\int_0^{\infty} \frac{\sin ax}{\sinh x} dx, a \in R$
5. $\int_0^{\infty} \frac{\cosh ax}{\cosh \pi x} dx, |a| < \pi$
6. $\int_0^{\infty} \frac{\sin^2 ax}{\cosh x} dx, a > 0$

Výsledky následujících příkladů vyjádřete pomocí funkce Γ

7. $\int_0^{\infty} x^z e^{-x^2} dx, \operatorname{Re} z > -1$
8. $\int_0^1 \left(\ln \frac{1}{t}\right)^{z-1} dt, \operatorname{Re} z > 0$
9. $\int_0^{\infty} t^{z-1} \cos t dt, 0 < \operatorname{Re} z < 1$
10. $\int_0^{\infty} \cos x^p dx, p > 1$
11. $\int_0^{\infty} \frac{\sin x^p}{x^p} dx, p > \frac{1}{2}$