Funkce komplexní proměnné VI

Laurentovy řady

Rozviňte následující funkce v Laurentovy řady v redukovaném okolí daného bodu, nebo na dané množině.

1. $f(z) = \frac{1}{z-2}$, $z_0 = 0$; $z_0 = \infty$
2. $f(z) = \frac{z^2-2z+5}{(z-2)(z^2+1)}$, $z_0 = 2$; $1 < |z| < 2$
3. $f(z) = \frac{1}{(z^2+1)^2}$, $z_0 = i$; $z_0 = \infty$
4. $f(z) = z^2 \sin \frac{1}{z-1}$, $z_0 = 1$
5. $f(z) = \mathrm{e}^{z+\frac{1}{z}}$, $0 < |z| < \infty$
6. $f(z) = \sin z \sin \frac{1}{z}$, $0 < |z| < \infty$
7. $f(z) = \mathrm{Ln} \frac{z-a}{z-b}$, $z_0 = \infty$

   Zjistěte, zda je možno rozvinout následující funkce do Laurentovy řady v redukovaném okolí daných bodů. Pokud je funkce mnohoznačná, vyšetřete všechny jednoznačné větve.

8. $f(z) = \cos \frac{1}{z}$, $z_0 = 0$
9. $f(z) = \frac{1}{\cos z}$, $z_0 = 0$
10. $f(z) = \frac{z^2}{\sin \frac{1}{z}}$, $z_0 = 0$
11. $f(z) = \sqrt{z}$, $z_0 = 0$
12. $f(z) = \sqrt{1+\sqrt{z}}$, $z_0 = 1$
13. $f(z) = \sqrt{1+\sqrt{z}}$, $z_0 = 0$