Funkce komplexní proměnné IV

Cauchyova věta, Laurentovy rozvoje, rezidua

1. Vypočtěte
   a) $\int_0^\infty x^{s-1} \cos x dx$ b) $\int_0^\infty x^{s-1} \sin x dx$
   v Newtonově smyslu, je-li $0 < s < 1$.

2. Následující funkce rozložte v okolí příslušného bodu do mocninné řady a určete poloměr konvergence
   a) $f(z) = \operatorname{Ln} z$, $z_0 = 1$ b) $f(z) = \operatorname{Ln}^2(1-z)$, $z_0 = 0$

   Nalezněte Laurentovy rozvoje funkcí se středem v daných bodech

3. $f(z) = \dfrac{z}{1-z}\,, \quad z_0 = 0\,; \quad z_0 = 1\,; \quad z_0 = \infty$

4. $f(z) = z^2 \mathrm{e}^{\frac{1}{z}}\,, \quad z_0 = 0\,; \quad z_0 = \infty$

   Nalezněte rezidua následujících funkcí ve všech izolovaných singularitách včetně ∞ :

5. $f(z) = \dfrac{1}{z^3 - z^5}$

6. $f(z) = \dfrac{\sin 2z}{(z+1)^3}$

7. $f(z) = \mathrm{e}^{z + \frac{1}{z}}$

8. $f(z) = \cos \dfrac{1}{z-2}$

9. $f(z) = \dfrac{1}{\sin z}$

   Nalezněte rezidua následujících mnohoznačných funkcí pro všechny větve v daných bodech:

10. $f(z) = \dfrac{\sqrt{z}}{1-z}\,; z = 1$

11. $f(z) = \mathrm{e}^z \ln \dfrac{z-a}{z-b}\,; z = \infty$