

POČETNÍ ČÁST ZKOUŠKY

1. [8b] Nalezněte všechna maximální řešení rovnice

$$yy' = (y^2 - 4)^2.$$

2. [8b] Určete poloměr konvergence mocninné řady:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left[(-2)^n + \frac{3^n}{3n} \right] x^n.$$

V kruhu konvergence řadu sečtěte. Vyšetřete chování (absolutní/neabsolutní konvergence) na kružnici konvergence.

3. [8b] Pro která $a > 0$ je (Newtonův) integrál

$$\int_0^1 \frac{\ln(1/x)}{\sin(\pi x^a)}$$

konečný?

4. [7b] Ukažte, že funkce

$$f(x, y) = \frac{xy}{\exp(x^2) - \exp(-y^2)}$$

je definovaná v prstencovém okolí počátku. Ukažte dále, že je v něm omezená. Zkoumejte existenci $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y)$.

TEORETICKÁ ČÁST ZKOUŠKY

1. Nadefinujte Riemannův integrál.
Dokažte, že neklesající funkce má vždy Riemannův integrál.
2. Zformulujte a dokažte větu o Cauchyově součinu řad.
3. Zformulujte a dokažte obecnou Heineho vetu v metrickém prostoru.