1. Je $f = f(x, y)$. Pomocí $\frac{\partial f}{\partial x}$, $\frac{\partial f}{\partial y}$ vyjádřete

   (a) $\frac{\partial f}{\partial u} + \frac{\partial f}{\partial v}$, je-li $x = u + v$, $y = u - v$.

   (b) $\frac{\partial f}{\partial u}$, je-li $x = u$, $y = u + v$. (Vysvětlete, proč $\frac{\partial f}{\partial x} \neq \frac{\partial f}{\partial u}$, ačkoliv záměna proměnných předepisuje $x = u$.)

   (c) $\frac{\partial f}{\partial r}$, $\frac{\partial f}{\partial \phi}$, $\frac{\partial^2 f}{\partial r^2}$, je-li $x = r\cos\phi$, $y = r\sin\phi$.

2. K daným funkcím napište Jacobiho a Hessovu matici. Najděte diferenciál 2. řádu a Taylorův rozvoj 2. řádu v daných bodech:

   (a) $f(x, y) = \exp(x)[\sin(y) + \cos(y)]$, $(x_0, y_0) = (\ln 2, -\pi/2)$

   (b) $f(x, y) = x^y$, $(x_0, y_0) = (4, 1/2)$

   (c) $f(x, y, z) = \frac{z}{1-xy}$, $(x_0, y_0, z_0) = (0, 0, 1)$.

   (d) $f(x, y, z) = x \sin y \cos y$, $(x_0, y_0, z_0) = (\pi/3, \pi/6, 1)$.

3. X, Y jsou metrické prostory, A, $B \subset X$. Dokažte:

   (a) $\overline{A} = \operatorname{int} A \cup \partial A$ (disjunktně)

   (b) $X = \operatorname{int} A \cup \partial A \cup \operatorname{ext} A$ (disjunktně)

   (c) $\partial A = \overline{A} \cap \overline{X \setminus A}$

   (d) $\overline{A}$ je nejmenší uzavřená nadmnožina A.

   (e) $\operatorname{int} A$ je největší otevřená podmnožina A.

   (f) $\operatorname{ext} A$ je největší otevřená množina disjunktní s A.

   Nepovinně:

   (g) $x_0 \in \overline{A}$ právě když existují $x_n \in A$, $x_n \to x_0$.

   S pomocí tohoto tvrzení dokažte:

   (h) $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cup \overline{B}$

   (i) Platí analogické tvrzení pro průnik?

   (j) Je-li $F : X \to Y$ spojité, je $F(\overline{A}) \subset \overline{F(A)}$.