

DŮČ

TERMIN: úterý 26.11.

1. Navrhněte stabilizaci lineární zpětnou vazbou $u = \alpha x + \beta x'$ pro rovnici oscilátoru

$$x'' + a_1 x' + a_2 x = u$$

Za jakých podmínek lze volit α a/nebo β nulové?

Výsledek rozšířte na příbuzný problém (lokální) stabilizovatelnosti nelineárního kyvadla

$$x'' + q(x, x')x' + \sin x = u$$

2. [Slovní úloha.] Představte si, že řídíte automobil (tj. otáčíte volantem a můžete brzdit a přidávat plyn) a chcete zaparkovat na zvoleném místě.

Navrhněte matematický model ve tvaru ODR s regulací. Diskutujte (lokální i globální) řešitelnost úlohy.

3. Ukažte, neexistuje minimum funkcionálu

$$\begin{aligned} P[u(\cdot)] &= \max \left\{ \sqrt{x^2(t) + y^2(t)}, t \in [0, T] \right\} \\ x' &= \cos u, \quad y' = \sin u \\ x(0) &= 0, \quad y(0) = 0 \end{aligned}$$

s přípustnými regulacemi $u(t) : [0, T] \rightarrow [0, \infty)$ měřitelná. Interpretujte geometricky!

4. Řešte „nelineární problém chalupáře“, tj. maximalizujte

$$\begin{aligned} P[u(\cdot)] &= \beta(x(T) - x_1) - \int_0^T u(t) + \alpha u^2(t) dt \\ x' &= -kx + u \\ x(0) &= x_0 \end{aligned}$$

ve třídě přípustných regulací $u(t) : [0, T] \rightarrow [0, \infty)$. Konstanty α , β a k jsou kladné.

- *5. Ukažte, že jádro Greenova operátoru (z Lemmatu 17.5.) lze napsat pomocí funkcí u_k (z Věty 17.1.) jako

$$G_\lambda(t, s) = \sum_k \frac{u_k(t)u_k(s)}{\lambda - \lambda_k}$$

V jakém smyslu řada konverguje?