Příklady na distribuce v R.

Pozn.: f' značí derivaci v obyčejném smyslu, $\frac{d}{dx}$ derivaci ve smyslu distribucí. Funkci f ztotožňujeme s distribucí s hustotou f; $h(x) = 0$ pro $x < 0$ a $h(x) = 1$ pro $x > 0$ je tzv. Heavisideova funkce; δ, δ_a je Dirac v 0 resp. v a.

1. Najděte distributivní derivace $\frac{d}{dx}f$ a $(\frac{d}{dx})^2 f$, kde $f(x) = h(x)\sin x$.
2. Najděte distributivní derivace $\frac{d}{dx}f$ a $(\frac{d}{dx})^2 f$, kde $f(x) = \mathrm{e}^{-|x|}$.
3. Najděte řešení rovnice $(\frac{d}{dx})^2 y = \delta$.
4. Najděte řešení rovnice $(\frac{d}{dx})^2 y - 5\frac{d}{dx}y + 6y = \delta$.
5. Najděte řešení rovnice $(\frac{d}{dx})^4 y - 2(\frac{d}{dx})^2 y + y = \delta$.
6. Najděte řešení rovnice $(\frac{d}{dx})^2 y + \frac{d}{dx}y + y = \delta$.
7. Nechť f je po částech C^1 funkce s nespojitostmi v a_k. Potom

$$\frac{d}{dx}f = f' + \sum_k C_k\,\delta_{a_k}\,,$$

   kde $C_k := f(a_k+) - f(a_k-)$ je výška skoku v bodě a_k.
8. Nechť $f(x) \in L^1(R)$ a $\int_R f(x)\,dx = 1$. Označme $f_\varepsilon(x) = \varepsilon^{-1} f(\varepsilon^{-1}x)$. Potom $f_\varepsilon \to \delta$ pro $\varepsilon \to 0+$ ve smyslu distribucí.
9. $\lim_{N\to\infty} \frac{\sin(Nx)}{\pi x} = \delta$ ve smyslu distribucí.