

SEMINÁŘ Z DIFERENCIÁLNÍCH ROVNIC

NMMA431 – T. Bárta, P. Kaplický, D. Pražák – LS 2014/15

Uvažujme obecnou rovnici tvaru $F(X, \epsilon) = 0$, kde X je neznámé řešení a ϵ malý parametr; předpokládejme navíc, že pro $\epsilon = 0$ známe (přesné) řešení X_0 . Lze očekávat, že pro $\epsilon \neq 0$ dost malé bude existovat jedno či více řešení v blízkosti X_0 , která půjde dobře aproximovat ve tvaru

$$X = X_0 + X_1\delta_1(\epsilon) + X_2\delta_2(\epsilon) + \dots$$

kde $\delta_j(\epsilon)$ jsou vhodně zvolené funkce. Je-li $\frac{dF}{dX}(X_0, 0)$ regulární, uspěje prostá volba $\delta_j(\epsilon) = \epsilon^j$ a celý postup lze lehce ospravedlnit větou o implicitní funkci.

Mnohem zajímavější problém nastává v opačném případě, tj. když studovaná rovnice pro $\epsilon = 0$ degeneruje. Tehdy hovoříme o *singulární perturbaci* a samotné nalezení vhodných funkcí $\delta_j(\epsilon)$ je netriviální součástí úlohy.

Na semináři se v tomto semestru chceme ponořit do čtyř klasické knihy "Perturbations" Jamese A. Murdocka, která se zabývá singulárními perturbacemi v kontextu ODR; tj. $F(X, \epsilon) = 0$ je diferenciální rovnice a X neznámé řešení. Murdockova kniha je výjimečná spojením matematické přesnosti na jedné straně a fyzikální či inženýrské intuice na straně druhé. Při její četbě vystačíme s elementárními znalostmi teorie ODR.

PŘEDPOKLÁDANÁ OSNOVA

- perturbace polynomů – úvod a motivace; ilustrace metody singulárních perturbací
- regulární perturbace – ODR druhého řádu, počáteční a okrajová úloha, přímá metoda odhadu chyb
- hlavním tématem semestru bude seznámení se třemi základními perturbačními metodami: Lindstedtův rozvoj, metoda vícenásobných škál ("method of multiple scales") a metoda průměrování ("method of averaging"), v aplikaci na rovnice tvaru

$$\ddot{y} + k^2 y = \epsilon f(t, y, \dot{y}, \epsilon)$$

respektive

$$\dot{\mathbf{u}} = \epsilon \mathbf{f}(\mathbf{u}, t, \epsilon)$$

Poprvé již 18.2. od 14h v K8.

(Úprava rozvržení po domluvě možná.)

<http://www.karlin.mff.cuni.cz/~prazak/vyuka>