Bod 1. Nechť K je kompaktní a nechť multifunkce $F : K \to 2^K$ má uzavřené hodnoty (tj. $F(x) \subset K$ je uzavřená pro každé $x \in K$). Potom F je shora polospojitá tehdy a jen tehdy, když její graf

$$\mathcal{G}_F = \big\{(x, y);\ y \in F(x)\big\}$$

je uzavřená množina v $K \times K$. – Dokažte.

Bod 2. Dokažte, že ,,coulombovská" multifunkce, určená grafem

$$\mathcal{C} = \{(x, -F_c),\ x \le 0\} \cup \{(0, y),\ y \in [-F_c, F_c]\} \cup \{(x, F_c),\ x \ge 0\}\,,$$

je maximálně monotónní coby zobrazení z $\mathbb{R}$ do $\mathbb{R}$.

Bod 3. Dokažte, že multifunkcionál ,,přípustných sil"

$$\varphi : y \mapsto \big\{F;\ (y(t), F(t)) \in \mathcal{C} \text{ s.v. }\big\}$$

je coby zobrazení z $L^1(0, T)$ do $L^\infty(0, T)$ maximálně monotónní vzhledem k dualitě

$$\langle F, y\rangle = \int_0^T F(t)y(t)\,dt$$

Kontrola:
2 a 3 - použijte charakterizaci z důkazu Lemmatu 3.1: $F : X \to 2^Y$ *je maximálně monotónní tehdy a jen tehdy, když pro libovolnou dvojici* $(x, y) \in X \times Y$ *platí:*

$$(x, y) \in \mathcal{G}_F \iff \forall (\tilde{x}, \tilde{y}) \in \mathcal{G}_F : \langle y - \tilde{y}, x - \tilde{x} \rangle \geq 0$$