

A - ROVNICE SE SEPAROVANÝMI PROMĚNNÝMI.

A1.  $y = c \exp(x \operatorname{sgn}(c)), x \in R.$

A2.  $y_1 = 1, x \in R. y_2 = -1, x \in R. y_3 = (1 - c \exp 2x)/(1 + c \exp 2x),$   
kde  $x \in R$  (pro  $c > 0$ ),  $x \in (-\infty, -\ln(-c)/2)$  a  $x \in (-\ln(-c)/2, +\infty)$  (pro  $c < 0$ ).

A3.  $y_1 = 0, x \in R. y_2 = (x + c)^{3/2}, x > -c. y_3 = -(x + c)^{3/2}, x > -c.$  Lze napojit v  $y = 0$ .

A4.  $y_1 = 1, x \in R. y_2 = -1, x \in R. y_3 = \sin(x + c), x \in (-\pi/2 - c, \pi/2 - c).$   
Lze napojit v  $y = \pm 1$ .

A5.  $y_1 = 0, x \in R. y_2 = c\sqrt[4]{|x/(4-x)|},$  kde  $c \neq 0$  a  $x \in (-\infty, 0), x \in (0, 4),$   
 $x \in (4, +\infty).$

A6.  $y_1 = 0, x \in R. y_2 = 1/(x^3 + c),$   $x \in (-\infty, -\sqrt[3]{c})$  a  $x \in (\sqrt[3]{c}, +\infty).$

A7.  $y_1 = \pi/2 + k\pi, x \in R,$  kde  $k \in Z. y_2 = \arctg(\arctg x + c) + k\pi, x \in R,$   
kde  $k \in Z.$

A8.  $y_1 = 1, x \in R. y_2 = \exp(c \operatorname{tg}(x/2)),$   $x \in (-\pi + 2k\pi, \pi + 2k\pi),$  kde  $c \neq 0,$   
 $k \in Z$

A9.  $y_1 = 0, x \in R. y_2 = (x/3 + c)^3, x \in R.$  Lze napojit v  $y = 0$ .

A10.  $y = \ln(c - \exp(-x)),$  kde  $x \in R$  pro  $c \leq 0$  a  $x \in (-\ln c, +\infty)$  pro  $c > 0$ .

A11.  $y = \pm\sqrt{1 + c/(x^2 - 1)},$  kde pro  $c < 0:$   $x \in (-\infty, -\sqrt{1-d}), x \in$   
 $(-1, 1)$  a  $x \in (\sqrt{1-d}, +\infty);$  pro  $c > 0:$   $x \in (-\infty, -1), x \in (1, +\infty)$  a pro  
 $c \in (0, 1)$  navíc  $x \in (-\sqrt{1-d}, \sqrt{1-d}).$

A12.  $y_1 = 0, x \in R. y_2 = (\exp x + c)^3, x \in R.$  Lze napojit v  $y = 0$ .

B - HOMOGENNÍ ROVNICE

*Substitucí  $y(x) = xz(x)$  přejde na rci se separovanými proměnnými (pro novou neznámou funkci  $z = z(x)$ ).*

B1.  $y_1 = 0; y_2 = x; y_{3,4} = (2c)^{-1}(1 \pm \sqrt{1 + 4c^2x^2}), c \neq 0.$

B2.  $y_1 = 0; y_2 = xz,$  kde  $z$  je dáno rci  $e^z = cxz, c \neq 0.$

B3.  $y = 0; y = 1; y = \frac{cx^3}{cx^2 - 1}, c \neq 0.$  Lze napojit v bodě  $x = 0$ .

B4.  $y = 0; y = xz,$  kde  $z$  splňuje  $\ln|z| - 2 \operatorname{arctg} z = c + \ln|x|.$

B5.  $y = xz,$  kde  $z$  splňuje  $\ln\sqrt{z^2 + 1} + \operatorname{arctg} z = c - \ln|x|.$

### C - LINEÁRNÍ ROVNICE

Rovnice tvaru  $y' + a(x)y = b(x)$ . Vynásobením funkcí  $\exp A(x)$ , kde  $A(x) = \int a(x) dx$  ("integrační faktor") přejde na  $[y \exp A]' = b \exp A$ .

C1.  $y = e^{-x}(c - \cos x)$ ; i.f.  $e^x$ .

C2.  $y = c \exp(-1/x) + 1 - 1/x$ ; i.f.  $\exp(1/x)$ .

C3.  $y = x^{-1}(ce^{-x} + e^x/2)$ ; i.f.  $xe^x$ .

C4. (a) ( $\alpha \neq -\beta$ )  $y = ce^{-\alpha x} + (\alpha + \beta)^{-1}e^{\beta x}$ ; i.f.  $e^{\alpha x}$ . (b) ( $\alpha = -\beta$ )  $y = e^{-\alpha x}(c + x)$ .

C5.  $y = (\sqrt{x^2 + 1})^{-1}[c + \ln \sqrt{\frac{\sqrt{x^2+1}-1}{\sqrt{x^2+1}+1}}]$ ; i.f.  $\sqrt{x^2 + 1}$ .

### D - BERNOULLIHO ROVNICE

Rovnice tvaru  $y' + a(x)y = b(x)y^\alpha$ ,  $\alpha \neq 0, 1$ . Násobením  $(1 - \alpha)y^{-\alpha}$  přejde na lineární rovnici  $z' + (1 - \alpha)az = (1 - \alpha)b$  pro novou neznámou funkci  $z = y^{1-\alpha}$ . Pozor, někdy ze substituce plyne, že hledáme jenom kladná  $z$ !

D1.  $y = x^4(c + \ln \sqrt{|x|})^2$ , (subs.  $z = \sqrt{y}$  ... jen kladná  $z$ , odtud: řešení platí jen tehdy, je-li vnitřek závorky kladný!

D2.  $y = \pm \sqrt{(x^2 - 1) + c\sqrt{|x^2 - 1|}}$ , (subs.  $z = y^2$ ).

D3.  $y = 0$ ;  $y = \frac{2}{x(2c - \ln|x|)}$ , (subs.  $z = 1/y$ ).

D4.  $y = \pm \sqrt{x(c - \ln|x|)}$ , (subs.  $z = y^2$ ).