

Příklad 1 Uvažujeme systém (SIRS-del), jehož dynamika je určena integro-diferenciální rovnicí pro infekční část populace:

$$I'(t) = -\gamma I(t) + \beta I(t) \left\{ 1 - I(t) - \rho(t) - \gamma \int_0^t I(t-u)P(u)du \right\}.$$

Konstanty γ, β jsou kladné; $P(\cdot), \rho(\cdot)$ jsou nezáporné, nerostoucí funkce a $\rho(+\infty-) = 0, \int_0^{+\infty} P(u)du = \omega < \infty$.

Na přednášce bylo ukázáno, že $I_0 \in [0, 1]$ implikuje $I(t) \in [0, 1]$ pro $t \geq 0$ a dále za předpokladu $\gamma \geq \beta$ platí $I(t) \rightarrow a \geq 0$.

Ukažte, že nutně $a = 0$.

Příklad 2 Ukažte, že rovnice

$$x'(t) = -\mu x(t-r)$$

má pro vhodná kladná μ, r neomezená řešení na $(0, \infty)$.

*Nápověda. I — Z rovnice $I'(t) \rightarrow b$, kde b závisí na a a konstantách rovnice. Protože nutně $b = 0, \dots$
2 — Hledejte řešení ve tvaru $e^{\lambda t}$, kde $\lambda = a + i\beta$.*