

Příklad 1 Nakreslete v rovině (x, x') průběh řešení systému

$$\begin{aligned}x'' + F_c + x &= 0 \\(x', F_c) &\in \mathcal{A}\end{aligned}$$

kde \mathcal{A} je Coulombovo tření. Identifikujte stacionární body. Ukažte, že systém nemá vlastnost zpětné jednoznačnosti.

Příklad 2 Necht' $u_n(t) = \sin nt$.

- (a) Ukažte, že $u_n \rightarrow 0$ slabě v $L^2(0, T)$
 (b) Ukažte, že $(u_n)^2 \not\rightarrow 0$ slabě v $L^2(0, T)$

Příklad 3 Necht' $u_n \rightarrow u$ slabě v $L^2(0, T)$, necht' $\int_0^T u_n^2 \rightarrow \int_0^T u^2$. Potom již nutně $u_n \rightarrow u$ v normě, tj. silně v $L^2(0, T)$.

Napověda.
 I: nalezněte I. integrály v polovině $x' > 0$ resp. $x' < 0$. Ukažte, že každé řešení skončí v konečném čase v jednom ze stacionárních bodů tvaru $(\xi, 0)$, kde $|\xi| \leq \varphi_0$.
 Za: uvažte souvislost $\int_0^T u_n(t)v(t)$ s Fourierovými koeficienty funkce $v(t)$
 Zb: volte $v(t) \equiv 1$
 3: vyjděte z identity $(u_n - u)^2 = u_n^2 - 2u_n u + u^2$.