Tabulková metoda pro určování intervalů ryzí konvexnosti a ryzí konkávnosti - verze pro tisk

- Nejprve vypočítáme první derivaci dané funkce.
- Poté stanovíme otevřené intervaly spojitosti první derivace funkce. Tyto intervaly jsou vysvětleny v podkapitole *Předpoklady*.
- Z levých krajních bodů otevřených intervalů spojitosti první derivace stanovíme body, v nichž je funkce zprava spojitá, a z pravých krajních bodů těchto intervalů stanovíme body, v nichž je funkce zleva spojitá.
- Vypočítáme druhou derivaci funkce.
- Stanovíme body z otevřených intervalů spojitosti první derivace, ve kterých je druhá derivace nulová, nebo v nichž není definována.
- Pro každý otevřený interval spojitosti první derivace sestavíme samostatnou tabulku podle následujících tří bodů.
- Je-li funkce v levém krajním bodě intervalu zprava spojitá, zapíšeme tento bod zleva do záhlaví tabulky. Podobně, je-li funkce v pravém krajním bodě intervalu zleva spojitá, zapíšeme tento bod zprava do záhlaví příslušné tabulky.
- Každý otevřený interval spojitosti první derivace dále rozdělíme pomocí bodů, v nichž je druhá derivace nulová, a bodů, v nichž není druhá derivace definována, na otevřené intervaly, a tyto body a intervaly uvedeme do záhlaví příslušné tabulky.
- Pro každý interval v záhlaví tabulky otestujeme v jednom libovolném bodě tohoto intervalu znaménko druhé derivace, a podle přechozích vět stanovíme, zda je tam funkce ryze konvexní nebo ryze konkávní. To uvedeme v tabulce.
- V závislosti na situaci případně využijeme následující větu:

Věta

Nechť má funkce spojitou první derivaci na otevřeném intervalu (a, b) a nechť $c \in (a, b)$ Pokud je funkce ryze konvexní na intervalech (a, c) a (c, b), pak je ryze konvexní i na intervalu (a, b). Pokud je funkce ryze konkávní na intervalech (a, c) a (c, b), pak je ryze konkávní i na intervalu (a, b).

Je-li funkce ryze konvexní, resp. ryze konkávní na otevřeném intervalu (a, b) a spojitá na intervalu $\langle a, b)$, pak je ryze konvexní, resp. ryze konkávní i na intervalu $\langle a, b)$. Obdobně pro interval $(a, b\rangle$.

Je-li funkce ryze konvexní, resp. ryze konkávní na otevřeném intervalu (a, b) a spojitá na intervalu $\langle a, b\rangle$, pak je ryze konvexní, resp. ryze konkávní i na intervalu $\langle a, b\rangle$.

Předpoklad 1

Z hlediska konvexnosti, konkávnosti a inflexe budeme vyšetřovat pouze takové funkce, jejichž předpis je tvořen elementárními funkcemi uvedenými v kapitole *Pravidla derivování*, podkapitole *Úvod*, nebo i absolutní hodnotou, jejich složením, a operacemi plus, mínus, krát a děleno.

Otevřený interval spojitosti první derivace funkce f je libovolný otevřený interval $I \subset \mathrm{R}$, který patří do definičního oboru první derivace funkce f, na němž je tato derivace spojitá. **Pozor:** Nevyplývá-li ze zadání příkladu či úlohy něco jiného, bereme za intervaly spojitosti první derivace maximální takové intervaly, to jest takové otevřené intervaly, které kdyby se více zvětšily, tak by přestaly mít požadované vlastnosti.

Jak zjišťujeme otevřené intervaly spojitosti první derivace:

- Nejprve je třeba stanovit definiční obor první derivace zadané funkce. Pak z definičního oboru první derivace této funkce vyčteme, jaké intervaly tento obor obsahuje. Tyto intervaly pak přepíšeme jako otevřené, a ty jsou otevřenými intervaly spojitosti první derivace zadané funkce.
- Metoda uvedená v předchozím bodě platí, jedná-li se o typ funkce uvedený v Předpokladu 1.

Předpoklad 2

Budeme se zabývat pouze takovými funkcemi, na jejichž otevřených intervalech spojitosti první derivace, resp. otevřeném intervalu spojitosti první derivace, je nulový nebo malý konečný počet bodů, v nichž je druhá derivace nulová, a bodů, v nichž není druhá derivace definovaná.

Předpoklad 3

Funkce budeme vyšetřovat z hlediska konvexnosti, konkávnosti a inflexe pouze na otevřených intervalech spojitosti jejich první derivace a v krajních bodech těchto intervalů.