

Sylabus přednášky NOFY152 (Matematická analýza II)

1. Obyčejné diferenciální rovnice

- pojem řešení ODR, Cauchyova úloha pro ODR
- základní věty o existenci a jednoznačnosti řešení Cauchyovy úlohy
- skalární rovnice 1. řádu — základní metody nalezení řešení
- lineární rovnice n -tého řádu: homogenní rovnice (fundamentální systém, Wronského determinant), metody hledání partikulárního řešení (variace konstant, speciální pravá strana)
- speciální typy rovnic vyššího řádu
- převedení systému lineárních ODR 1. řádu na skalární rovnici n -tého řádu

2. Číselné řady

- konvergentní/oscilující/divergentní číselné řady
- kritéria konvergence číselných řad s nezápornými členy (srovnávací, limitní srovnávací, Cauchy, d'Alembert, Raabe, Gauß) a s obecnými členy (Leibniz, Abel, Dirichlet)
- absolutní a neabsolutní konvergence
- násobení řad
- césarovská sumovatelnost

3. Mocninné řady

- poloměr konvergence
- derivování a integrování mocninných řad
- Abelova věta
- reálně analytické funkce
- existence exponenciály a goniometrických funkcí

4. Metrické prostory

- metrický prostor, lineární normovaný prostor, prostor se skalárním součinem

- konvergence v metrickém a normovaném prostoru
- ekvivalence norem
- množiny otevřené, uzavřené, okolí bodu, vnitřní a vnější bod množiny, hromadný bod, hranice, vnitřek a vnějšek množiny, charakterizace pomocí posloupností
- husté množiny, separabilní prostory
- úplné metrické prostory, prostory Banachovy a Hilbertovy
- kompaktní množiny, charakterizace kompaktních množin v kon. dim. prostorech
- pokrývací věty (Lindelöf, Borel), Cantorova věta
- věta o pevném bodě kontrahujícího zobrazení
- limita, spojitost zobrazení do metrického prostoru
- spojitost složeného zobrazení, vzor otevřené a obraz kompaktní množiny při spojitém zobrazení
- nabývání extrémů na kompaktu

5. Diferenciální počet funkcí více proměnných

- parciální a směrová derivace, totální diferenciál, vztahy mezi nimi a souvislost se spojitostí
- derivace vyšších řádů, záměnnost pořadí derivování
- Taylorův vzorec
- diferenciály vyšších řádů, multiindex
- potenciál vektorového pole, integrační faktor
- implicitně zadaná funkce, existence, spojitost a diferencovatelnost
- ODR ve tvaru totálního diferenciálu
- lokální extrémů funkcí více proměnných, nutné a postačující podmínky
- globální extrémů, vázané extrémů, Lagrangeovy multiplikátory

6. Klasický variační počet

- základní úloha variačního počtu (brachystochrona)

- funkcionál, Gateauxův a Fréchetův diferenciál
- nutné podmínky existence extrému, Euler–Lagrangeovy rovnice, konvexita
- postačující podmínky existence minima funkcionálu, Jacobiho rovnice
- Lagrangeovy multiplikátory
- Legendreova transformace, Hamiltonovy rovnice