

MATEMATICKÁ ANALÝZA 2, LETNÍ SEMESTR 2016–2017
ZADÁNÍ PÍSEMNÉ ČÁSTI ZKOUŠKY - VARIANTA C

LUBOŠ PICK

Příklad C1. Určete všechny hodnoty koeficientu $a \in \mathbb{R}$, pro které existuje vlastní limita

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg}(\sin x) + \frac{1}{2}(\log(1-x) - \log(1+x)) + ax^3}{x^5}.$$

Pro tyto hodnoty a limitu vypočítejte. (10 bodů)

Příklad C2. Určete střed a poloměr konvergence mocninné řady

$$\sum_{n=0}^{\infty} \operatorname{arctg}(n) \operatorname{arccotg}(n)x^n.$$

Určete, pro která $x \in \mathbb{R}$ řada konverguje a pro která $x \in \mathbb{R}$ řada konverguje absolutně. (10 bodů)

Příklad C3. Spočtete primitivní funkci

$$\int \frac{2e^{4x} - 5e^{3x} + 8e^{2x} - e^x}{(e^{2x} - 2e^x - 3)(e^{2x} - e^x + 2)} dx$$

na všech intervalech, na kterých existuje. (10 bodů)

Příklad C4. Vyšetřete konvergenci Newtonova integrálu

$$\int_1^{\infty} \min\{1, \sqrt{x-1}\} \frac{\cos x}{\sqrt{x} - \sqrt[4]{x}} dx. \quad (10 \text{ bodů})$$

Příklad C5. Necht $F = (F_1, F_2, F_3, F_4) : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^4$ je zobrazení definované předpisem

$$F(x, y) = (\operatorname{arctg}(2x - y), x - y, (x^2 - y^2) \frac{|x|}{1 + |y|}, e^{x+y}).$$

- (a) Dokažte, že v bodě $[-1, 1]$ existuje derivace F a spočtete její reprezentující matici.
(b) Spočtete $\frac{\partial F_3}{\partial x}(0, 0)$, pokud existuje. (10 bodů)