MATEMATICKÁ ANALÝZA 2, LETNÍ SEMESTR 2016–2017
ZADÁNÍ PÍSEMNÉ ČÁSTI ZKOUŠKY - VARIANTA B

LUBOŠ PICK

Příklad B1. Určete všechny hodnoty koeficientu $a \in \mathbb{R}$, pro které platí

$$\lim_{x\to 0} \frac{x\sqrt{1-2x} - x\sqrt[3]{1-3x}}{x - a\sin\frac{x}{a}} = 1. \qquad \text{(10 bodů)}$$

Příklad B2. Určete střed a poloměr konvergence mocninné řady

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(3x+1)^{2n}}{2n+1}.$$

Určete, pro která $x \in \mathbb{R}$ řada konverguje a pro která $x \in \mathbb{R}$ konverguje absolutně. (10 bodů)

Příklad B3. Spočtěte primitivní funkci

$$\int \frac{\log^3(x) + 2\log(x)}{x\log^3(x) - x}\, dx$$

na všech intervalech, na kterých existuje. (10 bodů)

Příklad B4. Vyšetřete konvergenci Newtonova integrálu

$$\int_0^1 \frac{(e^{1-x}-1)^{\alpha}\arccos x}{\sqrt{\arcsin x}}\, dx$$

v závislosti na hodnotě parametru $\alpha \in \mathbb{R}$. (10 bodů)

Příklad B5. Nechť $F = (F_1, F_2)\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ je zobrazení definované předpisem

$$F(x,y,z) = ((x+1)^2(y+1)(z+2), \sin x\cos(2y+z)).$$

Zobrazení $G\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ má v bodě $[2,0]$ derivaci representovanou maticí

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

(a) Dokažte, že v bodě $[0,0,0]$ existuje derivace zobrazení $G \circ F$ a spočtěte její representující matici.

(b) Spočtěte derivaci funkce F_1 v bodě $[0,0,0]$ podle vektoru $(1,2,0)$. (10 bodů)