MATEMATICKÁ ANALÝZA 2, LETNÍ SEMESTR 2016–2017
ZADÁNÍ PÍSEMNÉ ČÁSTI ZKOUŠKY - VARIANTA A

LUBOŠ PICK

Příklad A1. Určete koeficienty $a, b \in \mathbb{R}$ tak, aby limita

$$\lim_{x\to 0} \frac{\cos(ax) + x \operatorname{arctg}(bx) - b}{x^4}$$

existovala vlastní. Pro tyto hodnoty a, b limitu vypočítejte. (10 bodů)

Příklad A2. Určete střed a poloměr konvergence mocninné řady

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4+(-1)^n}{2+(-1)^n}\right)^n \left(\frac{x}{3} - 1\right)^n.$$

Určete, pro která $x \in \mathbb{R}$ řada konverguje a pro která $x \in \mathbb{R}$ řada konverguje absolutně. (10 bodů)

Příklad A3. Spočtěte primitivní funkci

$$\int \frac{dx}{(2+\cos x)(3+\cos x)}$$

na intervalu $(-\pi, 2\pi)$. (10 bodů)

Příklad A4. Vyšetřete konvergenci Newtonova integrálu

$$\int_1^{\infty} \frac{(x^2-1)(\log x)^{\alpha}}{x^3}\, dx$$

v závislosti na hodnotě parametru $\alpha \in \mathbb{R}$. (10 bodů)

Příklad A5. Nechť $F = (F_1, F_2) : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ je zobrazení definované předpisem

$$F(x,y) = \begin{cases} (x\cos y, x^2 \sin(\frac{1}{x^2+y^2})) & \text{pro } [x,y] \neq [0,0], \\ (0,0) & \text{pro } [x,y] = [0,0]. \end{cases}$$

(a) Dokažte, že v bodě $[\sqrt{\frac{2}{\pi}}, 0]$ existuje derivace F, spočtěte její representující matici a určete jakobián F v bodě $[\sqrt{\frac{2}{\pi}}, 0]$.

(b) Spočtěte $\frac{\partial F_2}{\partial x}(0,0)$, pokud existuje. (10 bodů)