

MA2B 2010-2011 – TEST F

LUBOŠ PICK

Příklad F1. Nalezněte všechna maximální řešení diferenciální rovnice

$$y' = \frac{\pi}{4} \sqrt{9 - y^2} \operatorname{tg} \left(\frac{x}{2} \right),$$

definovaná na intervalu $(-\pi, \pi)$. **(15 bodů)**

Příklad F2. Nalezněte všechna maximální řešení diferenciální rovnice

$$y'' + y' - 2y = \frac{e^{2x}}{1 + e^{2x}}.$$

(10 bodů)

Příklad F3. Nalezněte všechna maximální řešení soustavy diferenciálních rovnic

$$x' = -3x - y - 3z$$

$$y' = -4x - y - 4z$$

$$z' = 4x + 2y + 5z,$$

splňující podmínku $x(0) = 0$, $y(0) = 2$, $z(0) = 1$. **(15 bodů)**

Příklad F4. Nechť funkce f je pro $x \in [-\pi, \pi)$ definována předpisem

$$f(x) := \begin{cases} x^2 - \sin x, & x \in [-\pi, 0), \\ 2 \cos x, & x \in [0, \pi), \end{cases}$$

a je dodefinována 2π -periodicky na celém \mathbb{R} . Spočtěte Fourierovu řadu funkce f a vyšetřete, pro která $x \in \mathbb{R}$ tato řada konverguje bodově. Dále nalezněte všechny maximální intervaly v \mathbb{R} , na kterých řada konverguje lokálně stejnoměrně. Všechna svá tvrzení podrobně zdůvodněte. **(10 bodů)**