

**PÍSEMNÁ ČÁST ZKOUŠKY Z MATEMATICKÉ ANALÝZY 2A,  
KÓD NMA003, ZIMNÍ SEMESTR 2010–2011, TEST E**

LUBOŠ PICK

**Příklad E1.** Dokažte, že vztahy

$$\begin{aligned}u &= \left(\frac{x}{y}\right)^2 + \sin(\pi z), \\v &= \log y + \operatorname{arctg}\left(\frac{x}{z}\right), \\w &= x^2 + y^2 + z^2 - 1\end{aligned}$$

definují na okolí bodu  $[u, v, w] = [0, 1, e^2 + 3]$  hladké funkce  $x, y, z$  proměnných  $u, v, w$ , pro které platí  $x(0, 1, e^2 + 3) = 0$ ,  $y(0, 1, e^2 + 3) = e$ ,  $z(0, 1, e^2 + 3) = 2$ . Rozhodněte, zda má funkce  $y$  totální diferenciál v bodě  $[0, 1, e^2 + 3]$  a pokud ano, spočítejte  $\frac{\partial y}{\partial u}(0, 1, e^2 + 3)$ . **(10 bodů)**

**Příklad E2.** Rozhodněte (a pečlivě zdůvodněte), zda existují globální extrémů funkce

$$f(x, y) = x^2 - 2y$$

na množině

$$M = \{[x, y] \in \mathbb{R}^2; x^2 + y^2 \leq 4\}$$

a pokud ano, najděte je. **(15 bodů)**

**Příklad E3.** Vyšetřete bodovou, stejnoměrnou a lokálně stejnoměrnou konvergenci posloupnosti

$$f_n(x) := \log^2 n \left( \cos\left(\frac{\sqrt{|x|}}{\log n}\right) - 1 \right), \quad n \in \mathbb{N} \setminus \{1\}, x \in \mathbb{R}.$$

**(15 bodů)**

**Příklad E4.** Necht funkce  $f$  je definována předpisem

$$f(x) := \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\arcsin(1 - x^{2n})}{\sqrt{n}}.$$

Určete definiční obor funkce  $f$ . Rozhodněte, zda na tomto definičním oboru řada konverguje stejnoměrně, lokálně stejnoměrně nebo bodově. Vyšetřete spojitost funkce  $f$  na jejím definičním oboru. **(10 bodů)**