MATEMATICKÁ ANALÝZA 3, ZIMNÍ SEMESTR 2017–2018
ZADÁNÍ PÍSEMNÉ ČÁSTI ZKOUŠKY - VARIANTA E

LUBOŠ PICK

Příklad E1. Dokažte, že vztahy
$$\log(x+y)+\cos(u+v)=0$$
$$x^2+y+u=1+\frac{\pi}{2}$$
definují na jistém okolí bodu $[x,y]=[1,0]$ hladké funkce $u(x,y)$, $v(x,y)$ takové, že $u(1,0)=\frac{\pi}{2}$ a $v(1,0)=0$. Rozhodněte, zda existuje okolí bodu $[1,0]$, na kterém je zobrazení
$$\Phi\colon [x,y]\mapsto [u(x,y),v(x,y)]$$
difeomorfismus. **(10 bodů)**

Příklad E2. Nalezněte maximum a minimum funkce
$$f(x,y,z)=-x+y+z$$
na množině
$$M=\{[x,y,z]\in\mathbb{R}^3;\ yz\leq 4,\ x^2+y^2+z^2\leq 9\}.$$ **(10 bodů)**

Příklad E3. Nechť funkce f je definována předpisem
$$f(x)=\sum_{n=1}^{\infty}\left(-\frac{2}{x}\right)^n\frac{1}{\sqrt{n}}.$$
(a) Určete definiční obor funkce f.
(b) Rozhodněte, zda na definičním oboru funkce f uvedená řada konverguje stejnoměrně.
(c) Rozhodněte, zda na definičním oboru funkce f uvedená řada konverguje lokálně stejnoměrně.
(15 bodů)

Příklad E4. Nalezněte všechna maximální řešení diferenciální rovnice
$$y'=\frac{2}{x}\sqrt{-y}$$
splňující počáteční podmínku
$$y(1)=-4,$$
určete jejich definiční obory, jednostranné limity v krajních bodech jejich definičních oborů a určete, zda jsou tato řešení na svém definičním oboru monotónní nebo ryze monotónní. **(15 bodů)**