

Úplná pravděpodobnost, Bayesův vzorec – pokračování

20. 10. 2011

- Každý lékařský test je charakterizován svojí senzitivitou a specificitou, kde
 - senzitivita = pravděpodobnost pozitivního výsledku, je-li testovaná osoba nemocná,
 - specificita = pravděpodobnost negativního výsledku, je-li testovaná osoba zdravá.Pro test zjišťující přítomnost HIV viru v těle se uvádí senzitivita 99.9% a specificita 99.7%. Uvažujme hypotetickou populaci, ve které se vyskytuje 1% lidí s virem HIV.
 - Jaká je pravděpodobnost, že je osoba s pozitivním výsledkem testu skutečně HIV pozitivní?
 - Jaká je pravděpodobnost, že je osoba ve skutečnosti HIV pozitivní, dává-li test negativní výsledek?
 - U pozitivně testovaných jedinců se test provádí ještě jednou. Jaká je pravděpodobnost, že je člověk skutečně HIV pozitivní, byl-li i druhým testem označen za HIV pozitivního?
- Samička hmyzu naklade náhodný počet vajíček, přičemž pravděpodobnost, že naklade právě n vajíček je rovna $\frac{\lambda^n}{n!} e^{-\lambda}$ pro nějaké $\lambda > 0$ a $n = 0, 1, 2, \dots$. Pravděpodobnost, že se z jednoho vajíčka vylíhne živý jedinec je $p \in (0, 1)$.
 - Jaká je pravděpodobnost, že se vylíhne právě k živých jedinců, za podmínky, že samička snesla právě n vajíček.
 - Jaká je pravděpodobnost, že se vylíhne právě k živých jedinců?
 - Jaká je pravděpodobnost, že samička snesla právě n vajíček, víme-li, že se vylíhlo k jedinců?
- V truhle je neznámý počet mincí: jedna zlatá mince a náhodný počet stříbrných mincí, přičemž stříbrných mincí je právě k s pravděpodobností $\frac{e^{-1}}{k!}$ pro $k = 0, 1, \dots$. Náhodně vylosujeme jednu minci a ta je zlatá. Jaké je pravděpodobnost, že v truhle bylo právě k stříbrných mincí za této dodatečné informace?
- Karel, Franta a Cyril postupně hází kostkou v pořadí $K \rightarrow F \rightarrow C$. Komu první padne šestka, ten vyhrává, a hra v takovém případě končí.
 - Určete pravděpodobnost, s jakou Cyril vyhraje v k -tém kole.
 - Určete pravděpodobnost, že Franta hodil kostkou právě k -krát.
 - Určete, s jakou pravděpodobností vyhraje Karel (resp. Franta, Cyril).
 - Jaká je pravděpodobnost, že hra skončila v k -tém kole, víme-li, že vyhrál Franta?
- Na stole leží dvě urny A a B: V urně A jsou dvě bílé a dvě černé kuličky a v urně B jsou dvě černé a jedna bílá kulička. Náhodně vybereme z každé urny jednu kuličku a z těchto dvou kuliček pak náhodně zvolíme jednu. Jaká je pravděpodobnost, že jsme vybrali bílou kuličku?