

Výsledky příkladů

Cvičení 4

1. Distribuční funkce a kvantilová funkce jsou uvedeny v tabulkách

x	$x < 1$	$x \in [1, 2)$	$x \in [2, 3)$	$x \in [3, 4)$	$x \geq 4$
$F(x)$	0	0,2	0,5	0,8	1

x	$x \in (0, 0,2]$	$x \in (0,2, 0,5]$	$x \in (0,5, 0,8]$	$x \in (0,8, 1]$
$F^{-1}(x)$	1	2	3	4

2. Náhodná veličina určující počet děvčat v rodině má binomické rozdělení $Bi(4, 0,48)$. $\mathbb{E}X = 1,92$.

3. $a = 2$, $\mathbb{E}X = \frac{2}{3}$, $\text{var}X = \frac{1}{18}$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ x^2, & x \in (0, 1), \\ 1, & x \geq 1. \end{cases}$$

4. (a) $c = \frac{1}{2}$,
(b)

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ 1 - \frac{1}{2} \cos x, & x \in (0, \pi), \\ 1, & x \geq \pi. \end{cases}$$

(c) $\mathbb{P}[X \in (\pi/4, \pi/2)] = \frac{\sqrt{2}}{4}$, $\mathbb{P}[X > \pi/6] = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4}$, $\mathbb{P}[X \in \{\pi/4, \pi/2, \pi/8\}] = 0$.

(d) $F^{-1}(u) = \arccos(1 - 2u)$, $u \in (0, 1)$

(e) $\mathbb{E}X = \frac{\pi}{2}$, $\text{var}X = \frac{\pi^2}{4} - 2$.

5. $f(x) = e^{-x-1}$, $x \geq -1$; $f(x) = 0$ jinak.

6. (a) $a > 1$, $c = a - 1$. Pro $a > 2$ je $\mathbb{E}X = \frac{a-1}{a-2}$, pro $a \in (1, 2)$ je $\mathbb{E}X = \infty$.

- (b) $c = \frac{1}{\pi}$, $a \in \mathbb{R}$. Toto rozdělení se nazývá Cauchyho a nemá ani střední hodnotu ani rozptyl.

7. (a) $\left(\frac{5}{6}\right)^{3k-1} \frac{1}{6}$ pro $k = 1, 2, \dots$

- (b) $\frac{91}{216} \left(\frac{5}{6}\right)^{3k-2}$ pro $k = 1, 2, \dots$ a $1/6$ pro $k = 0$

- (c) $\frac{2}{3} \left(\frac{5}{9}\right)^k$

- (d) $\mathbb{E}X = 33/8$