

Zápočtová písemka NSTP199 – 30. 3. 2011

1. Nechť U je náhodná veličina s rovnoměrným rozdělením na intervalu $(0, 2\pi)$ a nechť $\{W_t, t \geq 0\}$ je Wienerův proces, který je nezávislý s U . Definujme $X_t = t \sin U + W_t, t \geq 0$. Zjistěte, zda náhodný proces $\{X_t, t \geq 0\}$
- a) je slabě stacionární a určete jeho autokovarianční funkci, (2 body)
 - b) je spojitý podle středu, (1 bod)
 - c) má derivaci podle středu, (2 body)
 - d) má Riemannův integrál na intervalu $[a, b] \subseteq [0, \infty)$. (1 bod)

2. Uvažujme centrovaný slabě stacionární náhodný proces $\{X_t, t \in \mathbb{R}\}$, který je spojitý podle středu a má spektrální distribuční funkci

$$F(\lambda) = \begin{cases} 0 & \text{pro } \lambda < -2, \\ 1/3 & \text{pro } -2 \leq \lambda < -1, \\ 1 & \text{pro } -1 \leq \lambda < 1, \\ 5/3 & \text{pro } 1 \leq \lambda < 2, \\ 2 & \text{pro } 2 \leq \lambda. \end{cases}$$

Určete autokovarianční funkci tohoto procesu. (3 body)

3. Uvažujme slabě stacionární náhodnou posloupnost $\{X_t, t \in \mathbb{Z}\}$ s autokovarianční funkcí

$$R(t) = \begin{cases} \frac{1}{2 \cdot 3^{|t|}} & \text{pro } t \text{ sudé,} \\ 0 & \text{pro } t \text{ liché.} \end{cases}$$

Určete spektrální hustotu posloupnosti (pokud existuje). (5 bodů)