

Zápočtová písemka NSTP199 – 29. 3. 2010

1. Nechť X je náhodná veličina s normovaným normálním rozdělením $N(0, 1)$. Definujme náhodný proces $X_t = tX$, $t \in \mathbb{R}$.

- Zjistěte, zda $\{X_t, t \in \mathbb{R}\}$ je slabě stacionární proces a určete jeho autokovarianční funkci. (2 body)
- Zjistěte, jestli jde o proces spojitý podle středu. (1 bod)
- Rozhodněte, jestli existuje derivace procesu podle středu. (1 bod)
- Rozhodněte, zda existuje Riemannův integrál procesu na omezeném intervalu $[a, b]$. (1 bod)

2. Uvažujme centrováný slabě stacionární proces $\{X_t, t \in \mathbb{R}\}$, který je spojitý podle středu a má spektrální distribuční funkci

$$F(\lambda) = \begin{cases} 0 & \text{pro } \lambda < -2, \\ \lambda + 2 & \text{pro } -2 \leq \lambda < -1, \\ 1 & \text{pro } -1 \leq \lambda < 1, \\ \lambda & \text{pro } 1 \leq \lambda < 2, \\ 2 & \text{pro } 2 \leq \lambda. \end{cases}$$

- Určete autokovarianční funkci tohoto procesu. (3 body)
- Ověřte, že autokovarianční funkce je spojitá v nule (jde o proces spojitý podle středu). (2 body)

3. Uvažujme slabě stacionární náhodnou posloupnost $\{X_t, t \in \mathbb{Z}\}$ s autokovarianční funkcí $R(t) = (1/2)^{|t|}$, $t \in \mathbb{Z}$. Určete spektrální hustotu (pokud existuje). (5 bodů)