

Zápočtová písemka STP038 – 9. 1. 2008

1. Uvažujme Markovův řetězec s maticí intenzit

$$Q = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 1 & -3 & 2 & 0 & 0 & \dots \\ 1 & 0 & -4 & 3 & 0 & \dots \\ 1 & 0 & 0 & -5 & 4 & \ddots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots \end{pmatrix}.$$

- Určete matici pravděpodobností přechodu ve vnořeném řetězci.
 - Rozhodněte, zda všechny stavy vnořeného řetězce jsou trvalé.
 - Spočtěte stacionární rozdělení ve vnořeném řetězci (pokud existuje).
 - Spočtěte stacionární rozdělení v řetězci s maticí intenzit Q (pokud existuje).
2. Označme X_t počet přístupů na určitou webovou stránku v čase t . K připojení nového uživatele na stránku dojde v průměru každých 5 minut. Průměrná doba prohlížení stránky jedním uživatelem jsou 3 minuty. V daném časovém okamžiku je maximální počet připojení roven 500. Je-li tento počet dosažen, další pokus o připojení se ztrácí. Předpokládejme, že doby mezi jednotlivými přístupy i doby prohlížení stránky jsou nezávislé náhodné veličiny s exponenciálním rozdělením. Určete matici intenzit Markovova řetězce $\{X_t, t \geq 0\}$ a spočtěte jeho stacionární rozdělení.