

Zápočtová písemka STP038 – 7. 1. 2008

1. Uvažujme Markovův řetězec s maticí intenzit

$$Q = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 2 & -4 & 2 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 3 & -6 & 3 & \ddots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots \end{pmatrix}.$$

- a) Určete matici pravděpodobností přechodu ve vnořeném řetězci.
 - b) Rozhodněte, zda všechny stavy vnořeného řetězce jsou trvalé.
 - c) Zjistěte, zda existuje stacionární rozdělení vnořeného řetězce. Pokud ano, tak ho určete.
 - d) Zjistěte, zda existuje stacionární rozdělení řetězce s maticí intenzit Q . Pokud ano, tak ho určete.
2. Králíček Pepíček pořádá velkou narozeninovou oslavu. Králíci přicházejí na oslavu jednotlivě, v průměru každé tři minuty přijde nový králík. Přitom ale králíci nevydrží dlouho slavit, průměrná doba, po kterou se každý králík na oslavě zdrží, je půl hodiny. Předpokládejme, že doby mezi jednotlivými příchody i doby setrvání na oslavě jsou nezávislé náhodné veličiny s exponenciálním rozdělením. Označme X_t počet králíků na oslavě v čase t .
- a) Najděte matici intenzit Markovova řetězce $\{X_t, t \geq 0\}$.
 - b) Zjistěte, zda existuje stacionární rozdělení vnořeného řetězce. Pokud ano, tak se ho pokuste určit.
 - c) Zjistěte, zda existuje stacionární rozdělení řetězce $\{X_t, t \geq 0\}$. Pokud ano, tak ho určete.