

Zápočtová písemka STP038 – 28. 11. 2007

1. Bombardovací letka má maximálně čtyři letadla. Bojové úkony vykonává jednou denně. Sníží-li se stav letky na nejvýše dvě letadla, přiletí během nejbližší noci jedno letadlo ze zálohy. Daný den dostane letka bojový úkol pouze, když má aspoň tři letadla. Každé letadlo má stejnou pravděpodobnost p vyřazení z boje během bojového úkolu. Chování letadel je nezávislé. Označme X_n počet letounů, které má letka k rannímu rozkazu n -tého dne.
- Zdůvodněte, že $\{X_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ tvoří homogenní Markovův řetězec.
 - Určete matici pravděpodobností přechodu.
 - Klasifikujte stavy řetězce.
 - Určete stacionární rozdělení (pokud existuje).
2. Klasifikujte stavy Markovova řetězce s maticí pravděpodobností přechodu

$$\mathbb{P} = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{4} & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & 0 & \frac{1}{4} & 0 \\ \frac{1}{6} & 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & 0 & \frac{1}{4} \end{pmatrix}.$$

- Klasifikujte stavy řetězce.
 - Spočtete stacionární rozdělení (pokud existuje).
 - Určete matici U pravděpodobností absorpce do trvalých stavů.
3. Nechť homogenní Markovův řetězec má matici pravděpodobností přechodu

$$\mathbb{P} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & \dots \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & 0 & \ddots \\ \frac{1}{4} & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & \ddots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots \end{pmatrix}.$$

Klasifikujte stavy řetězce a určete stacionární rozdělení (pokud existuje).