

Zápočtová písemka MAI010 – 15. 6. 2005

1. Nechť X_1, \dots, X_n je náhodný výběr z normálního rozdělení $N(1,16)$. Jak velké n je třeba zvolit, aby $P(\bar{X}_n \geq 0) = 0,99$, kde \bar{X}_n značí aritmetický průměr.
2. Nechť X_1, \dots, X_n jsou nezávislé náhodné veličiny splňující pro každé $i = 1, \dots, n$:

$$P(X_i = 0) = 1 - p - q, \quad P(X_i = 1) = p, \quad P(X_i = 2) = q,$$

kde $p, q \in (0, 1)$ jsou parametry takové, že $p+q < 1$. Určete odhad p a q metodou maximální věrohodnosti i metodou momentů. Liší se odvozené odhady?

3. Byla sledována účinnost léku na snížení tlaku krve. Snížení tlaku nastalo u 140 z 225 pacientů. Rozhodněte, zda je léčba efektivní! Volte hladinu testu $\alpha = 0,01$.
Návod: Použijte centrální limitní větu. Označíme-li p pravděpodobnost snížení tlaku u jednotlivého pacienta, pak $p = 1/2$ znamená, že léčba není efektivní, $p > 1/2$ znamená, že léčba je efektivní.
4. Nechť $Y_j, j = 1, \dots, n$, jsou nezávislé náhodné veličiny, $EY_j = \beta x_j, \text{var } Y_j = \sigma^2$, kde β, σ^2 jsou neznámé parametry, x_j známé konstanty (ne všechny rovné nule). Nalezněte odhad $\hat{\beta}$ metodou nejmenších čtverců!