

Vzorová zápočtová písemka – varianta A

- (6 bodů)** Se svým spolubydlícím hrajete kámen-nůžky-papír o to, kdo půjde vynést odpadky. Oba volíte zcela náhodně a v případě opakování nezávisle na předchozím kole.
 - Jaká je pravděpodobnost, že v jednom kole stříhání vyhrajete, za podmínky, že nedojde k remíze?
 - Jaká je pravděpodobnost, že k rozhodnutí o vítězi dojde až po k remízách? (určete pro všechny přípustné hodnoty k)
 - Označme X počet remíz, ke kterým dojde před rozhodnutím. Načrtněte distribuční funkci veličiny X v intervalu $[-2,5;2,5]$.
- (9 bodů)** Nechť X a Y jsou nezávislé náhodné veličiny s exponenciálním rozdělením s parametry λ_X a λ_Y .
 - Určete distribuční funkci a hustotu náhodné veličiny $Z = \min\{X, Y\}$.
 - Spočtěte $P(X > Y)$.
 - Označte si $W = X - Y$ a spočtěte $E W$ a $\text{Var}(W)$.

Vzorová zápočtová písemka – varianta B

- (6 bodů)** V botníku je devět párů bot: čtyři vyčištěné a pět nevyčištěných. Domácí posluhovačka večer náhodně vybere tři páry bot (bez ohledu na jejich čistotu) a vyčistí je. Druhý den ráno si na služební cestu vybereme z botníku náhodně dva páry bot.
 - S jakou pravděpodobností jsou oba páry vyčištěné a můžeme je tedy rovnou zabalit?
 - Jestliže jsou oba páry vyčištěné, s jakou pravděpodobností zbývají v botníku právě čtyři nevyčištěné páry bot?
- (9 bodů)** Dvojice náhodných veličin (X, Y) má rozdělení popsané sdruženou hustotou

$$f(x, y) = \begin{cases} c, & \text{pro } x \in [0, 2], y \in [0, 1], \\ 0, & \text{jinak.} \end{cases}$$

- Spočtěte konstantu c .
- Spočtěte $\text{Cov}(X, Y)$.
- Spočtěte $E(Y \exp\{Y X\})$.