

## Rovnice, nerovnice a jejich soustavy

ekvivalentní a důsledkové úpravy; (ne)rovnice lineární, kvadratické, s neznámou ve jmenovateli či v odmocněnci, s absolutní hodnotou

1. Řešte (ne)rovnice v oboru  $\mathbb{R}$ :

a)  $x^2(11x - 3) < 0$

e)  $\sqrt{-x} = 2 - \sqrt{2-x}$

b)  $\frac{\frac{1}{2}x - 2}{x - 1} + \frac{\frac{1}{2}x + 2}{x + 1} \geq 1$

f)  $\sqrt{10-x} + \sqrt{x-10} = 2$

c)  $2 \leq \frac{x}{x^2 + 1}$

g)  $|x - 4| + |2x - 1| = |x| + 3$

d)  $x^2 + x(2\sqrt{3} + 1) + 2\sqrt{3} = 0$

h)  $\frac{3}{|x - 2|} \leq x$

2. Určete všechny hodnoty reálného absolutního členu  $q$  tak, aby jeden kořen kvadratické rovnice  $4x^2 - 15x + q = 0$  byl druhou mocninou druhého kořene.

3. Aniž rovnici  $-x^2 + 2x + 5 = 0$  řešíte, určete

a) součet převrácených hodnot jejích kořenů,

b) součet druhých mocnin jejích kořenů.

rovnice s parametrem

4. Řešte rovnice s reálným parametrem  $a$  v oboru  $\mathbb{R}$ :

a)  $\frac{2x + a}{x + 1} - \frac{3a}{x - a} = 2$

b)  $x \left( \frac{1}{a} - \frac{1}{x + a} \right) = \frac{2}{x + a} - \frac{1}{ax + a^2}$

5. Je dána rovnice  $x^2 - (m + 3)x + m - 13 = 0$ . Určete všechny hodnoty reálného parametru  $m$  tak, aby kořeny dané rovnice byla dvě navzájem převrácená čísla.

(ne)rovnice exponenciální, logaritmické, goniometrické

6. Řešte (ne)rovnice v oboru  $\mathbb{R}$ :

a)  $3^x \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x + 3^{x+1} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{x+1} = \frac{5}{3}$

e)  $\left(\frac{2}{7}\right)^x \cdot 3^{x+4} > -1$

b)  $2^x \cdot 3^{x-1} = 6$

f)  $|2 - \log x| > 1$

c)  $\log(x + 3) = \log x + \log 3$

g)  $2 - |\log x| > 1$

d)  $0,2^x > 3$

h)  $-3 < \log|x - 4| < 2$

7. Řešte (ne)rovnice v oboru  $\mathbb{R}$ :

a)  $\sin 10x = -\cos 10x$

d)  $\frac{2}{\sin x} = \sin x + \cos x$

b)  $1 + \sin x + \cos x + \sin 2x + \cos 2x = 0$

e)  $\sin^2 x < 1$

c)  $\sqrt{3} \sin x + \cos x = 2$

f)  $\operatorname{tg} x \geq \operatorname{cot} x$

*metoda substituce*8. Řešte (ne)rovnice v oboru  $\mathbb{R}$ :

a)  $\sqrt{2x^2 + 5x} - \sqrt{2x^2 + 5x - 10} = \sqrt{2}$

b)  $\frac{1}{4} \cdot 2^x + \frac{1}{2} \cdot 4^x = 9$

c)  $\log_{\frac{1}{2}}^2(x+1) + 5 \log_{\frac{1}{2}}(x+1) = 6$

d)  $1\,000x^2 = x^{\log x}$

e)  $12 \sin^4 x + \sin^2 x - 1 = 0$

f)  $\operatorname{tg}^2 x + \operatorname{cotg}^2 x > 2$

9. Řešte soustavy rovnic v oboru  $\mathbb{R}$ :

a) 
$$\begin{aligned} \frac{3}{x+y} + \frac{2}{x-z} &= \frac{3}{2} \\ \frac{1}{x+y} - \frac{10}{y-z} &= \frac{7}{3} \\ \frac{3}{x-z} + \frac{5}{y-z} &= -\frac{1}{4} \end{aligned}$$

b) 
$$\begin{aligned} |x+y| - |x-y| &= 4 \\ |x+y| + 2|x-y| &= 13 \end{aligned}$$

c) 
$$\begin{aligned} 5^{\frac{x+y}{2}} : 5^{\frac{x+y}{4}} &= 625 \\ 6^{\frac{x-y}{2}} : 6^{\frac{x-y}{4}} &= 216 \end{aligned}$$

d) 
$$\begin{aligned} 5^{\log x} + 3^{\log y} &= 4 \\ 5^{2 \log x} - 3^{2 \log y} &= -8 \end{aligned}$$

*Literatura*

Petáková, J. (2021). *Matematika – příprava k maturitě a k přijímacím zkouškám na vysoké školy*. Prometheus, Praha.

... a další středoškolské sbírky úloh...