

Sylabus přednášky NDIR045 (PDR II — moderní metody) LS 2008/09

1. Úvod - proč zavádíme pojem slabého řešení PDR

- Dirichletova úloha pro Laplaceův operátor (hladká versus integrovatelná data)
- Nutné podmínky existence minimizéru a formulace bilančních rovnic termodynamiky kontinua - slabé řešení Euler-Lagrangeových rovnic a rovnic termodynamiky kontinua je pojem primární(=přirozený) zatímco klasické řešení je pojem odvozený(=sekundární)
- Proč zavádíme Sobolevovy prostory a jaké vlastnosti by funkce z těchto prostorů měly splňovat

2. Sobolevovy prostory

- Spojité a spojitě diferencovatelné funkce, hölderovsky spojité funkce, základní vlastnosti
- Lebesgueovy prostory, základní vlastnosti (úplnost, separabilita, reflexivnost)
- Sobolevovy prostory (zavedení, věta o hustotě, operátor prodloužení, narovnání hranice, věty o spojitém a kompaktním vnoření, věty o stopách, ekvivalentní normy)

3. Lineární eliptické PDR 2. řádu

- Lax–Milgramova věta, řešitelnost nehomogenní Dirichletovy, nehomogenní Neumannovy a smíšené úlohy základní třídy eliptických úloh
- řešitelnost úloh s obecnými koeficienty, Fredholmova alternativa, spektrum
- Regularita slabého řešení eliptických rovnic (celý prostor, lokální regularita)

- Princip maxima pro slabá řešení skalárních eliptických úloh (krátká kapitola o testování kladnou/zápornou částí Sobolevovy funkce)
- u je slabé řešení pro jistou třídu symetrických eliptických operátorů 2. řádu právě když je u minimem jistých kvadratických funkcionalů

4. Evoluční rovnice

- formulace základních úloh pro rovnici tepla a vlnovou rovnici, základní energetické (apriorní) odhady, hlavní kroky teorie regularit
- Definice a základní vlastnosti Bochnerových prostorů
- Řešitelnost lineární parabolické a lineární hyperbolické rovnice 2. řádu (Galerkinova aproximace, stejnoměrné odhady, limitní přechod, jednoznačnost)
- Úvod do regularity slabého řešení lineární parabolické rovnice

Zkouška a zápočet předmětu NDIR045 (PDR II — moderní metody) LS 2008/09

Zkouška se skládá ze dvou částí: písemné (zaměřené na aplikace teorie na řešitelnost a studium kvalitativních vlastností řešení (tj. jednoznačnost a hladkost) konkrétních úloh) a ústní (zaměřenou na znalost definic, vět a jejich důkazů resp. hlavních myšlenek). Obě části jsou odděleny tak, aby mohla být písemná část opravena před zahájením ústní části zkoušky. Zápočet student dostane pokud získá alespoň polovinu bodů z písemné části zkoušky a pokud se účastnil výuky během semestru.

Základní text k přednášce je k dispozici na

<http://karlin.mff.cuni.cz/malek/new/> v položce *Výuka*.