$\boxed{3.4}$ Měřitelné funkce, měřitelné množiny, σ-algebry, míry

Def. Soubor podmnožin Σ množiny X se nazývá Σ-algebra
- $X \in \Sigma$
- $A, B \in \Sigma \Rightarrow A \setminus B \in \Sigma$
- $A_n \in \Sigma \Rightarrow \bigcup_{n=1}^{\infty} A_n \in \Sigma$

$\boxed{(X, \Sigma) \text{ měřitelný prostor}}$

Příklady (i) $\{\emptyset, X\}$ je Σ-algebra

(ii) $\mathcal{P}(X)$ je Σ-algebra

(iii) $\{A \subset X;\ A$ je konečná nebo $X \setminus A$ je konečná$\}$ je Σ-algebra

Def. Řekneme, že soubor podmnožin $\mathcal{T}$ množiny X je **topologie**
- $\emptyset, X \in \mathcal{T}$
- $A, B \in \mathcal{T} \Rightarrow A \cap B \in \mathcal{T}$
- $A_n \in \mathcal{T} \Rightarrow \bigcup A_n \in \mathcal{T}$

$\boxed{(X, \mathcal{T}) \text{ topologický prostor}}$

Příklad (i) $\{\emptyset, X\}$ je topologie

(ii) $\{\emptyset, \mathbb{R}, (0,1)\} \in \mathcal{T}$, ale není Σ-alg.

(iii) Je-li P topologický prostor. Pak Σ-algebra $\mathcal{B}(P)$ generovaná souborem všech otevřených množin v P je Σ-algebra. Nazývá se Borelovská σ-algebra množ. P, prvky jsou borelovské množiny.

Obsahuje uzavřené množiny, všechny spoč. průniky otev.